



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع



الصفحة
1
3

7	المعامل:	NS22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها		الشعب(ة) أو المسلك:

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

بالنسبة للتمرين الرابع (السؤال الثالث) ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-1, 0, 3)$ و $B(3, 0, 0)$ و $C(7, 1, -3)$ والفلكة (S) التي معادلتها: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$.
- (1) بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ واستنتج أن $3x + 4z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) . 1
- (2) بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(3, 1, 0)$ وشعاعها 5. 0.5
- (3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC) .
- أ - بين أن: $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . 0.5
- ب - بين أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $E(6, 1, 4)$ و $F(0, 1, -4)$. 1

التمرين الثاني (3 ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة: $z^2 - 6z + 10 = 0$. 1
- (2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي: $a = 3 - i$ و $b = 3 + i$ و $c = 7 - 3i$.
- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
- أ - بين أن: $z' = iz + 2 - 4i$. 0.5
- ب - تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c' = 5 + 3i$. 0.25
- ج - بين أن: $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B وأن $BC = 2BC'$. 1.25

التمرين الثالث (3 ن)

- يحتوي صندوق على عشر كرات خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).
- نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق.
- (1) نعتبر الحدثين التاليين: 1
- A: "الحصول على كرة حمراء واحدة فقط" و B: "الحصول على كرة بيضاء على الأقل".
- بين أن $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{41}{42}$.
- (2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة. 0.25
- أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3.
- ب - بين أن $P(X = 0) = \frac{1}{6}$ و $P(X = 2) = \frac{3}{10}$. 1
- ج - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X . 0.75

0.75 1) تعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$.
بين بالترجع أن : $u_n > 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

(2) تعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1 أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ واستنتج أن $v_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0.75 ب - بين أن $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ ثم استنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.

0.5 (3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$ حيث (w_n) هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n = \ln(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

التمرين الخامس (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.
0.5 1) بين أن : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

0.5 2) بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\frac{1}{2}, +\infty \right[$ وتناقصية على المجال $\left] -\infty, -\frac{1}{2} \right]$.

0.5 3) أ - بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.

0.25 ب - استنتج أن : $g(x) > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$.

II) لنكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{cm}$) .

1 1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (نذكر أن : $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$) .

0.75 2) بين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعاً على $\mathbb{R}$.

0.75 3) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ واستنتج أن (C) يقبل فرعاً شلجماً في اتجاه محور الأرتايب .

0.5 ب - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

0.5 ج - حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم

(Δ) على المجال $\left] -\infty, \frac{1}{2} \right[$ و فوق المستقيم (Δ) على المجال $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$.

0.25 4) أ - بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C) في النقطة O .

0.25 ب - بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $-\frac{1}{2}$ (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب) .

0.75 5) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 6) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 (2x-1)e^{2x} dx = 1$.

0.5 ب - احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (C)

والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=1$.



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
عناصر الإجابة



الصفحة
1
1

7	المعامل:	NR22	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:		شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب(ة) أو المسلك:

التمرين الأول (3 ن)

- (1) 1 0.5 للجداء المتجهي و 0.5 لمعادلة المستوى
- (2) 0.5 0.25 لكتابة المعادلة المختصرة و 0.25 للشعاع والمركز
- (3) 1.5 0.5 للتمثيل البارامترى و $\Omega M = 5$ و 0.25 للتوصل إلى معادلة الفلكة
- أ - 0.5 للتوصل إلى المعادلة $t^2 = 1$ و 0.25 لكل نقطة من النقطتين
- أو (0.5) للتحقق من أن E تنتمي إلى المستقيم وإلى الفلكة و 0.5 للتحقق من أن F تنتمي إلى المستقيم وإلى الفلكة (

التمرين الثاني (3 ن)

- (1) 1 0.5 لكل حل من الحلين (تمنح 0.25 في حالة حساب المميز دون التوصل إلى الحلين)
- (2) 2 أ - 0.5 ب - 0.25 ج - 0.75 للمتساوية و 0.25 لكل استنتاج

التمرين الثالث (3 ن)

- (1) 1 0.5 لحساب P(A) و 0.5 لحساب P(B)
- (2) 2 أ - 0.25 ب - 0.5 لحساب P(X=2) و 0.5 لحساب P(X=0)
- ج - 0.25 لحساب P(X=1) و 0.5 لحساب P(X=3)

التمرين الرابع (3 ن)

- (1) 0.75 0.75
- (2) 1.75 أ - 0.5 للمتتالية هندسية و 0.25 لحساب v_0 و 0.25 ل v_n
- ب - 0.5 لكتابة u_n بدلالة v_n و 0.25 للنهاية
- (3) 0.5 0.5 (تمنح 0.25 فقط عند تحديد النهاية دون الإشارة إلى اتصال الدالة ln)

التمرين الخامس (8 ن)

- (1 - I) 0.5 0.5
- (2) 0.5 0.25 لرتابة g على كل مجال من المجالين
- (3) 0.75 أ - 0.25 لحساب $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ و 0.25 للتحقق ب - 0.25
- (1 - II) 1 0.5 لكل نهاية
- (2) 0.75 0.5 للمتساوية و 0.25 للاستنتاج
- (3) 1.75 أ - 0.5 لحساب النهاية و 0.25 للاستنتاج ب - 0.25 لحساب النهاية و 0.25 للاستنتاج
- ج - 0.25 لنقطة التقاطع و 0.25 للوضع النسبي
- (4) 0.5 أ - 0.25 لتحديد الأفصول
- (5) 0.75 0.75
- (6) 1.5 أ - 0.75 للتوصل إلى الدالة الأصلية و 0.25 للحساب
- ب - 0.25 لحساب التكامل $\int_0^1 (f(x) - x)dx$ و 0.25 للمساحة تساوي $8cm^2$