



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
الموضوع

7	المعامل	RS22	الرياضيات	المادة
3	مدة الإجابة		شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب (ة) أو المجلد

معلومات عامة

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛

مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛

عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛

يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛

ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛

بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	حل معادلات ومتراجحات أسية نبرية	2.5
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	4
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3.5
التمرين الرابع	دراسة دالة وحساب التكامل	10

– بالنسبة للتمرين الرابع ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبري .

الموضوع

التمرين الأول (2.5 ن)

(1) أ - حل في IR المعادلة : $x^2 - 2x - 3 = 0$. 0.5

ب - حل في IR المعادلة : $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$. 1

(2) حل في IR المتراجحة : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$. 1

التمرين الثاني (4 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 6z + 18 = 0$. 1

(2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقطتين A و B .

اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a = 3 + 3i$ و $b = 3 - 3i$.

أ - اكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين a و b . 0.5

ب - بين أن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها $\vec{OA}$ هو 6 . 0.75

ج - بين أن : $\frac{b-b'}{a-b'} = i$ ثم استنتج أن المثلث AB'B متساوي الساقين وقائم الزاوية في B' . 1

د - استنتج مما سبق أن الرباعي OAB'B مربع . 0.75

التمرين الثالث (3.5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{6u_n}{1+15u_n}$ لكل n من IN .

(1) أ - تحقق من أن : $u_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{u_n - \frac{1}{3}}{15u_n + 1}$ لكل n من IN . 0.5

ب - بين بالترجع أن : $u_n > \frac{1}{3}$ لكل n من IN . 0.5

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n = 1 - \frac{1}{3u_n}$ لكل n من IN . 1.5

بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{6}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

(3) بين أن $u_n = \frac{1}{3 - 2\left(\frac{1}{6}\right)^n}$ لكل n من IN ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. 1

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 1 + \ln x$.

(1) أ - بين أن $g'(x) = \frac{x+1}{x}$ لكل x من I . 0.5

ب - بين أن الدالة g تزايدية على I . 0.5

(2) استنتج أن $g(x) \geq 0$ على $[1, +\infty[$ وأن $g(x) \leq 0$ على $]0, 1]$ (لاحظ أن $g(1) = 0$) . 1

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على I بما يلي : $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) \ln x$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 1cm) .

(1) أ - بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول النتيجة هندسيا . 0.75

ب - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (لاحظ أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x}\right) \frac{\ln x}{x}$ لكل x من I) . 1

ج - استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجياً بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه . 0.5

(2) أ - بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ لكل x من I . 1

ب - استنتج أن الدالة f تزايدية على $[1, +\infty[$ و تناقصية على $]0, 1]$. 0.5

ج - أعط جدول تغيرات الدالة f على I . 0.25

(3) أنشئ (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين 1,5 و 2) . 1

(4) أ - بين أن $H : x \mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال I . 0.5

ب - بين أن $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}$. 0.75

ج - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_1^e \ln x dx = 1$. 1

(5) أ - تحقق من أن $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x}$ لكل x من I . 0.25

ب - بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين 0.5

معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي : 0.5 cm^2 .



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
عناصر الإجابة



الصفحة
1
1

7	المعامل	RR22	الرياضيات	المادة
3	مادة الإفجان		شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة (ة) أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (2.5 ن)

- | | | | | |
|-----|-----|--------|---|--|
| 1.5 | (1) | أ- 0.5 | ب- 0.5 | للتوصل إلى المعادلة $(e^x)^2 - 2e^x - 3 = 0$ و 0.5 للتوصل إلى الحل |
| 1 | (2) | 0.5 | للتوصل إلى $x+1 \geq -x$ و 0.5 للتوصل إلى مجموعة الحلول | |

التمرين الثاني (4 ن)

- | | | | |
|---|-----|---------|--|
| 1 | (1) | 0.5 | لكل حل من الحلين (تمنح 0.25 في حالة حساب المميز دون التوصل إلى الحلين) |
| 3 | (2) | أ- 0.25 | ب- 0.75 |
| | | ج- 0.5 | للمساوية و 0.25 للمثلث متساوي الساقين و 0.25 للمثلث قائم الزاوية |
| | | د- 0.75 | |

التمرين الثالث (3.5 ن)

- | | | | |
|-----|-----|--------|--|
| 1 | (1) | أ- 0.5 | ب- 0.5 |
| 1.5 | (2) | 1 | للمتتالية هندسية و 0.5 لكتابة v_n بدلالة n |
| 1 | (3) | 0.5 | لكتابة u_n بدلالة n و 0.5 للنهاية |

التمرين الرابع (10 ن)

- | | | | |
|------|----------|---------|--|
| 1 | (1 - I) | أ- 0.5 | ب- 0.5 |
| 1 | (2) | 0.5 | لإشارة $g(x)$ على كل مجال (استعمال رتبة الدالة g على كل من المجالين أو انطلاقا من جدول تغيراتها) |
| 2.25 | (1 - II) | أ- 0.5 | للتأويل الهندسي ب- 0.5 لكل نهاية ج- 0.5 |
| 1.75 | (2) | أ- 1 | ب- 0.25 لتغيرات الدالة على كل مجال من المجالين |
| 1 | (3) | ج- 0.25 | |
| 2.25 | (4) | أ- 0.5 | ب- 0.75 |
| 0.75 | (5) | أ- 0.25 | ب- 0.5 |

