المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2013
الموضوع

RS22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المترشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الخامس ، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

Moutamadris.ma

الـمـوضـــوع

الـتـمـريـن الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها هو $\sqrt{3}$

1) بين أن $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S) — 0.75

2) أ- بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ و استنتج أن $x-y-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) — 0.75

ب- احسب المسافة $d(\Omega,(ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في A — 0.75

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω والعمودي على (ABC)

أ- بين أن $\begin{cases}x=1+t\\y=-1-t\\z=-t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) — 0.25

ب- استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) — 0.5

الـتـمـريـن الـثـانـي (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+25=0$ — 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=4+3i$ و $b=4-3i$ و $c=10+3i$ والإزاحة T التي متجهتها $\overrightarrow{BC}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة T هو $d=10+9i$ — 0.75

ب- تحقق من أن $\dfrac{b-a}{d-a}=-\dfrac{1}{2}(1+i)$ ثم اكتب العدد العقدي $-\dfrac{1}{2}(1+i)$ على الشكل المثلثي. — 1

ج- بين أن $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\dfrac{5\pi}{4}[2\pi]$ — 0.5

الـتـمـريـن الـثـالـث (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\dfrac{1}{5}u_n+\dfrac{4}{5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) تحقق من أن $u_{n+1}-1=\dfrac{1}{5}(u_n-1)$ لكل n من $\mathbb{N}$ — 0.5

2) أ- بين بالترجع أن $u_n>1$ لكل n من $\mathbb{N}$ — 0.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . — 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . — 0.25

3) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n=u_n-1$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n — 0.5

ب- بين أن $u_n=\left(\dfrac{1}{5}\right)^n+1$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) — 0.75

Moutamadris.ma

التمرين الرابع (3 ن)

يحتوي كيس على 9 بيدقات : أربع بيدقات بيضاء و ثلاث بيدقات سوداء و بيدقتان خضراوان .
(لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

1 **1)** نعتبر الحدثين A : " الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون"
و B : " الحصول على ثلاث بيدقات مختلفة اللون مثنى مثنى ".

بين أن $P(A)=\frac{5}{84}$ و $P(B)=\frac{2}{7}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات السوداء المسحوبة .

0.25 أ – تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3

1 ب- بين أن $P(X=2)=\frac{3}{14}$ و $P(X=1)=\frac{15}{28}$

0.75 ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X

التمرين الخامس (8 ن)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2-x-\ln x$

0.25 **1)** أ- تحقق من أن $2x^2-x-1=(2x+1)(x-1)$ لكل x من IR .

1 ب- بين أن $g'(x)=\frac{2x^2-x-1}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ واستنتج أن الدالة g تناقصية على $]0,1[$ وتزايدية على $[1,+\infty[$

0.5 **2)** بين أن $g(x)\geq 0$ لكل x من $]0,+\infty[$ (لاحظ أن $g(1)=0$) .

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x^2-1-(\ln x)^2$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : 1 cm) .

0.5 **1)** أ- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ و أول هندسيا هذه النتيجة .

0.5 ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ (لاحظ أن $f(x)=x^2\left(1-\frac{1}{x^2}-\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2\right)$)

0.25 ج- استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

1 **2)** أ- بين أن $f'(x)=2\left(\frac{x^2-\ln x}{x}\right)$ لكل x من $]0,+\infty[$.

0.75 ب- تحقق من أن $\frac{g(x)}{x}+1=\frac{x^2-\ln x}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ و استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0,+\infty[$

0.5 **3)** أ- بين أن $y=2x-2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1,0)$

1 ب- أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (T) والمنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة هي A)

0.75 **4)** أ- تحقق من أن $H:x\mapsto x(\ln x-1)$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto \ln x$ على $]0,+\infty[$ ثم بين أن $\int_1^e \ln x\,dx=1$

0.5 ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2\,dx=e-2$

0.5 ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي $\frac{1}{3}\left(e^3-6e+8\right)cm^2$

Moutamadris.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2013
عناصر الإجابة

RR22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (3 ن)		
0.75	1)	0.5 للمعادلة و 0.25 للتحقق من انتماء A ل (S)
1.5	2)	أ- 0.5 لحساب الجداء المتجهي و 0.25 لمعادلة المستوى
		ب- 0.25 لحساب المسافة و 0.25 للمستوى مماس للفلكة و0.25 ل A هي نقطة التماس
0.75	3)	أ – 0.25
		ب- 0.25 لمثلوث إحداثيات كل نقطة
التمرين الثاني (3 ن)		
0.75	1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين (تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)
2.25	2)	أ- 0.25 للتوصل إلى $d-a=c-b$ أو $z'=z+6+6i$ و 0.5 لتحديد d
		ب- 0.5 لحساب $\frac{b-a}{d-a}$ 0.25 لمعيار العدد و 0.25 لعمدة العدد
		ج- 0.25 للكتابة $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right)\equiv \arg\left(\frac{b-a}{d-a}\right)[2\pi]$ و 0.25 للتوصل إلى أن $\frac{5\pi}{4}$ قياس للزاوية
التمرين الثالث (3 ن)		
0.5	1)	0.5
1.25	2)	أ- 0.5
		ب- 0.5
		ج- 0.25
1.25	3)	أ - 0.25 للمتتالية هندسية و 0.25 لكتابة v_n بدلالة n
		ب- 0.25 لكتابة u_n بدلالة n و 0.25 ل $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{5}\right)^n=0$ و 0.25 ل $\lim_{n\to+\infty}u_n=1$
التمرين الرابع (3ن)		
1	1)	0.25 للتوصل إلى أن الاحتمال هو $\frac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب
		و 0.25 للتوصل إلى أن الاحتمال هو $\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب
2	2)	أ- 0.25
		ب- 0.25 للتوصل إلى أن $P(X=2)=\frac{C_3^2\times C_6^1}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب
		و 0.25 للتوصل إلى أن $P(X=1)=\frac{C_3^1\times C_6^2}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب
		ج- 0.25 ل $P(X=0)$ و 0.25 ل $P(X=3)$ و 0.25 لقانون الاحتمال

Moutamadris.ma

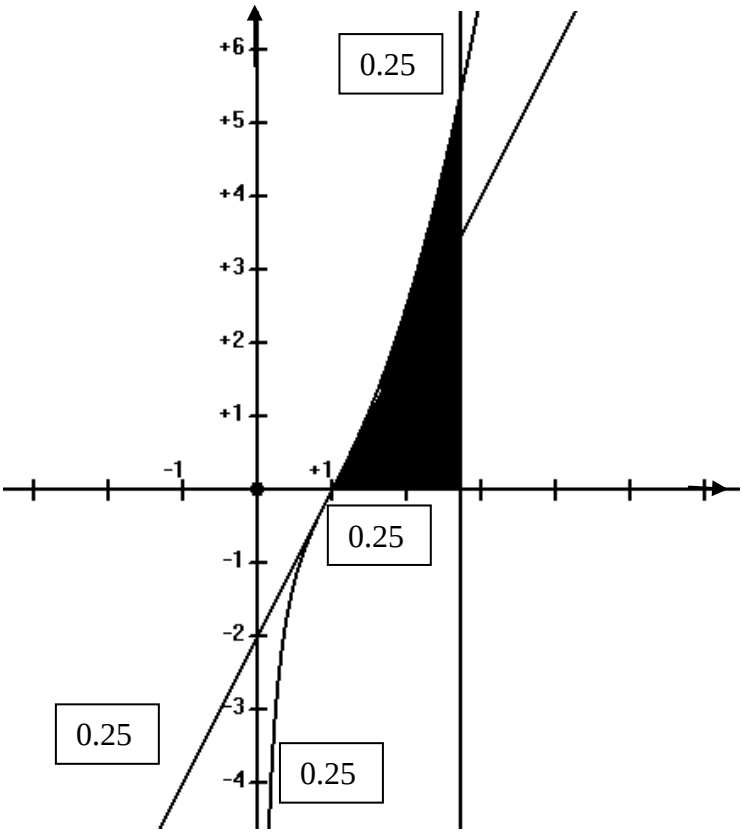
الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013

عناصر الإجابة

RR22

التمرين الخامس (3.5)		
(1-I	1.25	ب- 0.5 لحساب $g'(x)$ و 0.25 ل g تناقصية على $[0,1[$ و 0.25 ل g تزايدية على $]1,+\infty[$
(2	0.5	0.25 - أ
(1-II	1.25	أ- 0.25 للنهاية و 0.25 للتأويل
		ب – 0.25 ل $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و 0.25 ل $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
		ج- 0.25 للاتجاه الفرع الشلجمي
(2	1.75	أ- 1 لحساب المشتقة
		ب- 0.25 للتحقق من المتساوية و 0.5 ل f تزايدية على $]0,+\infty[$
(3	1.5	أ- 0.5
		ب- 1 (انظر الشكل)
(4	1.75	أ- 0.5 ل H دالة أصلية ل h (تمنح كذلك 0.5 في حالة حساب $H'(x)$ دون ذكر قابلية اشتقاق H) و 0.25 لحساب التكامل
		ب- 0.25 لتقنية المكاملة بالأجزاء و0.25 للحساب
		ج- 0.25 لحساب $\int_1^e (x^2-1)dx$ و 0.25 للتوصل إلى أن المساحة هي $\frac{1}{3}(e^3-6e+8)cm^2$ (يتعلق الأمر بمساحة الجزء الملون)



Moutamadris.ma