

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

## الدورة الاستدراكية 2014

### الموضوع

RS 22

ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ  
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ  
ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

| المادة           | الرياضيات                                                         | مدة الإنجاز | 3 |
|------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------|---|
| الشعبة أو المسلك | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها | المعامل     | 7 |

### تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات و مكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان)؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

|                |                          |       |
|----------------|--------------------------|-------|
| التمرين الأول  | الهندسة الفضائية         | 3 نقط |
| التمرين الثاني | المتتاليات العددية       | 3 نقط |
| التمرين الثالث | حساب الاحتمالات          | 3 نقط |
| التمرين الرابع | الأعداد العقدية          | 3 نقط |
| التمرين الخامس | دراسة دالة وحساب التكامل | 8 نقط |

## الموضوع

### التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطة  $A(0,0,1)$  والمستوى  $(P)$  الذي معادلته  $2x + y - 2z - 7 = 0$  والكرة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(0,3,-2)$  و شعاعها هو 3

1- أ- بين أن :  $(t \in \mathbb{R})$   $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$  تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$  المار من النقطة  $A$  والعمودي على  $(P)$  0.5

ب- تحقق من أن  $H(2,1,-1)$  هي نقطة تقاطع المستوى  $(P)$  والمستقيم  $(\Delta)$  0.5

2- أ- بين أن  $\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u} = 3(\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k})$  حيث  $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  0.75

ب- بين أن مسافة النقطة  $\Omega$  عن المستقيم  $(\Delta)$  تساوي 3 0.5

ج- استنتج أن المستقيم  $(\Delta)$  مماس للكرة  $(S)$  و تحقق من أن  $H$  هي نقطة تماس المستقيم  $(\Delta)$  والكرة  $(S)$  0.75

### التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  المعرفة بما يلي :  $u_1 = 5$  و  $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{1 + u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$

1- بين بالترجع أن  $u_n > 2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  0.75

2- نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  المعرفة بما يلي :  $v_n = \frac{3}{u_n - 2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$

أ- بين أن  $v_{n+1} = \frac{1 + u_n}{u_n - 2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  ثم بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  حسابية أساسها 1 1

ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  و استنتج أن  $u_n = 2 + \frac{3}{n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  0.75

ج- حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  0.5

### التمرين الثالث (3 ن)

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بمباراة توظيف، يسحب مترشح، عشوائيا ، بالترتيب و بدون إحلال بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات : ثمان بطاقات تتعلق بمادة الرياضيات و بطاقتان تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية ( نعتبر أنه لا يمكن التمييز بين البطاقات باللمس ).

1- نعتبر الحدث  $A$  : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية " 1.5  
و الحدث  $B$  : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين "

بين أن  $p(A) = \frac{1}{45}$  و  $p(B) = \frac{16}{45}$

2- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد البطاقات المسحوبة المتعلقة بمادة اللغة الفرنسية

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  هي 0 و 1 و 2 0.25

ب- بين أن  $p(X = 0) = \frac{28}{45}$  ثم أعط قانون احتمال  $X$  1.25

التمرين الرابع ( 3 ن )

- 0.75 (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 4z + 5 = 0$
- 0.25 (2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  و  $\Omega$  التي أحاقها على التوالي هي :  $a = 2 + i$  و  $b = 2 - i$  و  $c = i$  و  $d = -i$  و  $\omega = 1$
- 0.5 أ- بين أن  $\frac{a - \omega}{b - \omega} = i$
- 0.5 ب- استنتج أن المثلث  $\Omega AB$  قائم الزاوية و متساوي الساقين في  $\Omega$
- 0.5 (3) ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $\Omega$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$
- 0.5 أ- بين أن :  $z' = iz + 1 - i$
- 0.5 ب- تحقق من أن  $R(A) = C$  و  $R(D) = B$
- 0.5 ج- بين أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  تنتمي إلى نفس الدائرة محدد مركزها

التمرين الخامس ( 8 ن )

- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $f(x) = (xe^x - 1)e^x$
- و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة : 2 cm )
- 0.75 (1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  و أول النتيجة هندسيا
- 0.75 (2) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
- 0.5 ب- استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل فرعاً شلجيميا بجوار  $+\infty$  يتم تحديد اتجاهه
- 1 (3) أ- بين أن  $f'(x) = e^x (e^x - 1 + 2xe^x)$  لكل  $x$  من  $IR$  ثم تحقق من أن  $f'(0) = 0$
- 0.5 ب- بين أن  $e^x - 1 \geq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$  و أن  $e^x - 1 \leq 0$  لكل  $x$  من  $]-\infty, 0]$
- 1.25 ج- بين أن الدالة  $f$  تزايدية على  $[0, +\infty[$  و تناقصية على  $]-\infty, 0]$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $IR$
- 0.75 (4) أ- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $[0, +\infty[$  و أن  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$  ( نقبل أن  $\frac{1}{2} < 1$  )
- 0.75 ب- أنشئ  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها )
- 0.75 (5) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $\int_0^{\frac{1}{2}} xe^{2x} dx = \frac{1}{4}$
- 1 (6) احسب ب  $cm^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 0$  و  $x = \frac{1}{2}$

## الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2014  
عناصر الإجابة

RR 22

ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔⴰⵏ  
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔⴰⵏ  
ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔⴰⵏ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

| المادة           | الرياضيات                                                          | مدة الإنجاز | 3 |
|------------------|--------------------------------------------------------------------|-------------|---|
| الشعبة أو المسلك | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها | المعامل     | 7 |

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

## التمرين الأول ( 3 ن )

|   |     |                                                                                          |
|---|-----|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | (1) | أ- 0.5 ب- 0.5 ل $H$ نقطة تقاطع $(\Delta)$ و $(P)$                                        |
| 2 | (2) | أ- 0.75 ب- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للحساب ج- 0.5 للاستنتاج و 0.25 ل $H$ هي نقطة التماس |

## التمرين الثاني ( 3 ن )

|      |     |                                                                                                      |
|------|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.75 | (1) | 0.75                                                                                                 |
| 2.25 | (2) | أ- 0.5 للمتساوية و 0.5 للمتتالية حسابية<br>ب- 0.25 لكتابة $v_n$ بدلالة $n$ و 0.5 للاستنتاج<br>ج- 0.5 |

## التمرين الثالث ( 3 ن )

|     |     |                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.5 | (1) | 0.5 للمراحل المتبعة و المؤدية إلى $p(A)$ و 0.25 للحساب (سواء تم ذلك باستعمال صيغة $A_n^p$ أو باستعمال الآلة الحاسبة )<br>0.5 للمراحل المتبعة والمؤدية إلى $p(B)$ و 0.25 للحساب (سواء تم ذلك باستعمال صيغة $A_n^p$ أو باستعمال الآلة الحاسبة ) |
| 1.5 | (2) | أ- 0.25<br>ب- 0.75 لحساب $p(X=0)$ و 0.25 ل $p(X=1) = \frac{16}{45}$ و 0.25 ل $p(X=2) = \frac{1}{45}$                                                                                                                                          |

## التمرين الرابع ( 3 ن )

|      |     |                                                                                          |
|------|-----|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.75 | (1) | 0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين ( تمنج 0.75 إذا تم التوصل للحلين بطريقة أخرى ) |
| 0.75 | (2) | أ- 0.25 ب- 0.25 لقياس الزاوية هو $\frac{\pi}{2}$ و 0.25 ل $\Omega A = \Omega B$          |
| 1.5  | (3) | أ- 0.5 ب- 0.5 ( 0.25 لكل تحقق ) ج- 0.5                                                   |



|                        |       |                                                                                                                                                                       |
|------------------------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| الصفحة<br>2<br>2       | RR 22 | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2014 - محاضر الإجابة<br>- مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيا بمسالكها |
| التمرين الخامس ( 8 ن ) |       |                                                                                                                                                                       |
| 0.75                   | (1)   | 0.5 لحساب النهاية و 0.25 للتأويل                                                                                                                                      |
| 1.25                   | (2)   | أ- 0.25 ل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و 0.5 ل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$<br>ب- 0.5                                     |
| 2.75                   | (3)   | أ- 0.75 لحساب المشتقة و 0.25 للتحقق<br>ب - 0.25 لكل متفاوتة<br>ج- 0.5 للدالة تزايدية على المجال $[0, +\infty[$ و 0.5 للدالة تناقصية على $]-\infty, 0]$ و 0.25 للجدول  |
| 1.5                    | (4)   | أ- 0.75 ( 0.25 ل وجود وحدانية $\alpha$ و 0.25 ل $f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ و 0.25 ل $f(1) > 0$ )<br>ب- 0.75 ( انظر الشكل )                                       |
| 0.75                   | (5)   | 0.5 لتقنية الكاملة بالأجزاء و 0.25 للحساب                                                                                                                             |
| 1                      | (6)   | 0.5 للمساحة ب $cm^2$ هي $-4 \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx$ و 0.5 للمساحة هي : $(4\sqrt{e}-5) cm^2$                                                                     |

