المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- الموضوع -

RS 22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للمسألة ، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

Moutamadris.ma

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ لكل n من IN

0.5 1) أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من IN

0.5 ب- تحقق من أن $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ لكل n من IN ثم بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

0.25 ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 1$ لكل n من IN

1 أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{16}$ و اكتب v_n بدلالة n

0.75 ب- بين أن $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ لكل n من IN ثم حدد نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(1,3,4)$ و $B(0,1,2)$

0.5 1) أ- بين أن $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 ب- بين أن $2x - 2y + z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .

0.5 2) لتكن الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$

بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(3,-3,3)$ و شعاعها 5

0.75 3) أ- بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S)

0.75 ب- حدد مثلوث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (OAB) و الفلكة (S)

التمرين الثالث: (3 ن)

0.75 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 8z + 41 = 0$

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و ω بحيث $a = 4+5i$ و $b = 3+4i$ و $c = 6+7i$ و $\omega = 4+7i$

0.75 أ- احسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

0.75 ب- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $-\frac{\pi}{2}$

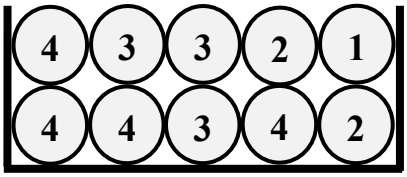
بين أن $z' = -iz - 3 + 11i$

0.75 ج- حدد صورة النقطة C بالدوران R ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$

Moutamadris.ma

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد : 1 و 2 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .



نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.

1 **1)** ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين ".
بين أن : $p(A)=\frac{1}{3}$

2 **2)** نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A
بين أن $p(X=1)=\frac{4}{9}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

مسألة : (8 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\frac{2}{x}-1+2\ln x$

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	−	0	+	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$g(1)$	↗	$+\infty$

0.25 **1)** احسب $g(1)$

0.75 **2)** استنتج انطلاقا من الجدول أن: $g(x)>0$ لكل x من $]0,+\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=3-3x+2(x+1)\ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : 2 cm)

0.75 **1)** بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .

0.5 **2)** أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (لحساب النهاية يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=x\left[\frac{3}{x}-3+2\left(1+\frac{1}{x}\right)\ln x\right]$)

0.5 ب- بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

0.75 **3)** أ- بين أن $f'(x)=g(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$

0.75 ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$

0.5 **4)** أ- بين أن $I(1\ ,\ 0)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

0.25 ب- بين أن $y=x-1$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة I

0.75 ج- أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$، المستقيم (T) و المنحنى (C)

0.5 **5)** أ- بين أن $\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$

0.75 ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_1^2(x+1)\ln x\,dx=4\ln 2-\frac{7}{4}$

0.5 ج- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

0.5 **6)** حل مبيانيا المتراجحة : $(x+1)\ln x\geq\frac{3}{2}(x-1)$; $x\in]0,+\infty[$

Moutamadris.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- عناصر الإجابة -

RR 22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (3 ن)

1.25	1)	أ- 0.5 ب – 0.25 للتحقق و 0.25 للمتتالية تناقصية ج- 0.25
1.75	2)	أ- 0.5 للمتتالية هندسية و 0.5 ل $v_n=\left(\frac{1}{16}\right)^n$ ب- 0.25 للمتساوية و 0.25 ل $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{16}\right)^n=0$ و 0.25 لنهاية (u_n) هي 1

التمرين الثاني (3 ن)

1	1)	أ- 0.5 ب- 0.5
0.5	2)	0.5
1.5	3)	أ- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للتوصل إلى $d(\Omega,(OAB))=5$ و 0.25 للمستوى مماس ب- 0.75 (التوصل إلى $H\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{4}{3}\right)$)

التمرين الثالث (3 ن)

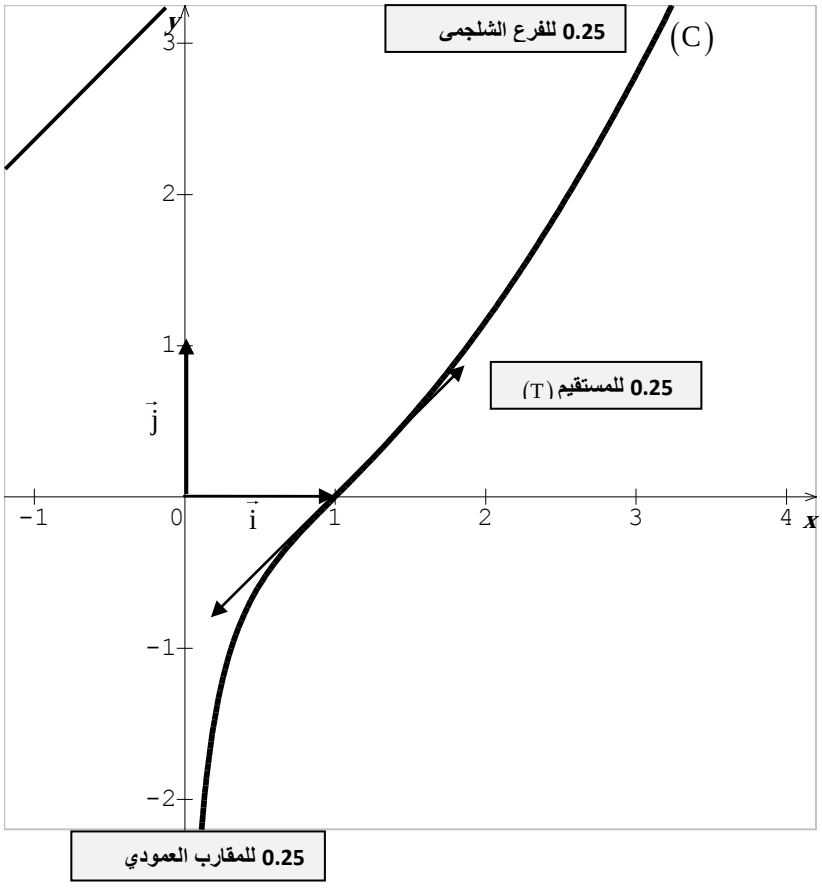
0.75	1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين (تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)
2.25	2)	أ- 0.5 للتوصل إلى $\frac{c-b}{a-b}=3$ و 0.25 للاستنتاج ب- 0.5 للكتابة $z'-\omega=e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-\omega)$ و 0.25 للتوصل إلى $z'=-iz-3+11i$ ج- 0.5 للتوصل إلى أن $R(C)=A$ و 0.25 للشكل المثلثي

التمرين الرابع (3 ن)

1	1)	1 للتوصل إلى النتيجة
2	2)	0.5 ل $p(X=1)=\frac{4}{9}$ و 0.5 ل $p(X=0)=\frac{8}{27}$ و 0.5 ل $p(X=2)=\frac{2}{9}$ و 0.5 ل $p(X=3)=\frac{1}{27}$

Moutamadris.ma

مسألة (8 ن)		
0.25	I) 1)	0.25 للتوصل إلى أن $g(1)=1$
0.75	2)	0.75 للاستنتاج
0.75	II)1)	0.5 لحساب النهاية و 0.25 للتأويل
1	2)	أ- 0.5 ب- 0.5
1.5	3)	أ- 0.75 ب- 0.5 ل f تزايدية و 0.25 لجدول االتغيرات
1.5	4)	أ- 0.5 ب-0.25 ج- 0.75(انظر الشكل أسفله)
1.75	5)	أ-0.25 لدالة أصلية و 0.25 للنتيجة ب- 0.5 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للتوصل إلى النتيجة ج- 0.25 للمساحة ب cm^2 هي $4\int_1^2 f(x)dx$ و 0.25 للتوصل إلى المساحة هي $4(8\ln 2-5)cm^2$
0.5	6)	0.25 للتوصل $f(x)\geq 0$ و 0.25 لمجموعة الحلول هي $[1,+\infty[$



Moutamadris.ma