

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- الموضوع -

RS 22

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقط	دراسة دالة عددية وحساب التكامل والمنتاليات العددية	المسألة

- بالنسبة للمسألة ، In يرمز للوغاريتم النبيري

التمرين الأول (3 ن):

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته $x + y + z + 4 = 0$

و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1, -1, -1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$

1- أ) احسب المسافة $d(\Omega, (P))$ و استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) 0.75

ب) تحقق من أن النقطة $H(0, -2, -2)$ هي نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S) 0.5

2- نعتبر النقطتين $A(2, 1, 1)$ و $B(1, 0, 1)$

أ) تحقق من أن $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و استنتج أن $x - y - z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) 0.75

ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (OAB) 0.5

ج) حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني (3 ن):

1- حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 + 10z + 26 = 0$ 0.75

2- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و Ω التي أحاقها

على التوالي هي a و b و c و ω بحيث : $a = -2 + 2i$ و $b = -5 + i$ و $c = -5 - i$ و $\omega = -3$

أ) بين أن $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$ 0.5

ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB 0.5

3- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة \vec{u} التي لحقها $6 + 4i$

أ) بين أن اللحق d للنقطة D هو $1 + 3i$ 0.5

ب) بين أن : $\frac{b - d}{a - d} = 2$ و استنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$ 0.75

التمرين الثالث (3 ن) :

يحتوي صندوق على ثماني كرات: 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

1) نعتبر الحدث A التالي : " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل " . 1.5

و الحدث B التالي : " الحصول على كرتين من نفس اللون " .

بين أن $p(A) = \frac{13}{28}$ و $p(B) = \frac{1}{4}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ) بين أن $p(X = 2) = \frac{1}{28}$ 0.5

ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$ 1



المسألة (11 ن):

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = e^x - 2x$

(1) احسب $g'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن g تناقصية على $]-\infty, \ln 2]$ و تزايدية على $[\ln 2, +\infty[$ 0.75

(2) تحقق من أن $g(\ln 2) = 2(1 - \ln 2)$ ثم حدد إشارة $g(\ln 2)$ 0.5

(3) استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من \mathbb{R} 0.5

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1cm)

(1) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ (لاحظ أن $e^x - 2x = x \left(\frac{e^x}{x} - 2 \right)$ لكل x من \mathbb{R}^*) 1

ب) أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين . 0.5

(2) أ) بين أن $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - 2x)^2}$ لكل x من \mathbb{R} 0.75

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ثم أعط جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} 0.75

ج) بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم . 0.25

(3) أنشئ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المستقيم (T) والمنحنى (C) (نأخذ $\frac{1}{e-2} \approx 1,4$) و نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي 1

انعطف أفصول إحداهما ينتمي إلى المجال $]0, 1[$ و أفصول الأخرى أكبر من $\left(\frac{3}{2}\right)$

(4) أ- بين أن $xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{1}{e-2}$ لكل x من المجال $[0, +\infty[$ 0.75

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_0^1 xe^{-x} dx = 1 - \frac{2}{e}$ 0.75

ج- لتكن ، ب cm^2 ، $A(E)$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين 0.5

اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=0$

بين أن $1 - \frac{2}{e} \leq A(E) \leq \frac{1}{e-2}$

III- لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty, 0]$ بما يلي : $h(x) = f(x)$

(1) بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده . 0.5

(2) أنشئ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المنحنى $(C_{h^{-1}})$ الممثل للدالة h^{-1} 0.5

IV- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = h(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين بالترجع أن $u_n \leq 0$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

(2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية (يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن $h(x) \geq x$ لكل x من المجال $]-\infty, 0]$) 0.75

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها . 0.75

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- عناصر الإجابة -

RR 22

ⵜⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⵏ ⵎⴰⵔⴷⵓⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵏⴰⵏⵜ ⵏ ⵙⴰⵎⴰⵏⴰⵏ
ⵏ ⵙⴰⵎⴰⵏⴰⵏ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (3 ن)

1	1.25	أ- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للحساب و 0.25 للاستنتاج	ب- 0.5
2	1.75	أ- 0.5 للجداء المتجهي و 0.25 لمعادلة المستوى ج- 0.25 لكل مثلوث (المثلوثان هما (0,0,0) و (2,-2,-2))	ب- 0.5

التمرين الثاني (3 ن)

1	0.75	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين (تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)	
2	1	أ- 0.5 ب- 0.25 للمثلث قائم الزاوية في Ω و 0.25 للمثلث متساوي الساقين	
3	1.25	أ- 0.25 للصيغة $d - c = 6 + 4i$ و 0.25 للتوصل إلى $d = 1 + 3i$ ب- 0.25 للمتساوية و 0.5 للاستنتاج	

التمرين الثالث (3 ن)

1	1.5	0.75 للتوصل إلى $p(A) = \frac{13}{28}$ و 0.75 للتوصل إلى $p(B) = \frac{1}{4}$	
2	1.5	أ- 0.5 ب- 0.25 ل $p(X=0) = \frac{15}{28}$ و 0.5 ل $p(X=1) = \frac{3}{7}$ و 0.25 للتوصل إلى $E(X) = \frac{1}{2}$	



المسألة (11 ن)		
0.25 لحساب $g'(x)$ و g تناقصية على $]-\infty, \ln 2]$ و g تزايدية على $[\ln 2, +\infty[$	(1 (I)	0.75
0.25 للتحقق و 0.25 لإشارة $g(\ln 2)$	(2)	0.5
0.5	(3)	0.5
أ- 0.5 لحساب كل نهاية ب- 0.25 لكل تأويل	(1(II)	1.5
أ- 0.75 ب- 0.25 لإشارة $f'(x)$ على $]-\infty, 1]$ و 0.25 لإشارة $f'(x)$ على $[1, +\infty[$ و 0.25 لجدول التغيرات	(2)	1.75
ج- 0.25		
(انظر الشكل)	(3)	1
أ- 0.25 ل $\frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{1}{e-2}$ و 0.5 ل $\frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{x}{e^x - 2x}$ ب- 0.5 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للحساب	(4)	2
ج- 0.25 ل $A(E) = \left(\int_0^1 f(x) dx \right) \text{ cm}^2$ و 0.25 ل $\int_0^1 xe^{-x} dx \leq \int_0^1 f(x) dx \leq \int_0^1 \frac{1}{e-2} dx$		
0.25 ل h تقبل دالة عكسية و 0.25 للتوصل إلى المجال $J = \left] -\frac{1}{2}, 0 \right]$	(1(III)	0.5
0.5 (انظر الشكل)	(2)	0.5
0.5	(1(IV)	0.5
0.75	(2)	0.75
0.25 ل (u_n) متقاربة (تزايدية و مكبورة) و 0.25 للتركيز على h متصلة على $]-\infty, 0]$ و $h(]-\infty, 0]) \subset]-\infty, 0]$ و 0.25 لنهاية المتتالية هي 0	(3)	0.75

