الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
الموضوع

4	المعامل	RS26	الرياضيات		المادة
2 س	مدة الإنجاز	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي			الشعب(ة) أو المسلك

تعليمات للمترشح

- ✓ يتكون الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات الأولى منها خاصة بهذه التعليمات.
- ✓ يرجى منك الإجابة على أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.
- ✓ يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .
- ✓ يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.
- ✓ ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.
- ✓ يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح.
- ✓ تجنب الكتابة بقلم أحمر.
- ✓ تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول (نقطتان)

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $I=]1;+\infty[$ بما يلي :

$h(x)=\dfrac{x+1}{(x-1)(x^2-x+1)}$.

1 . تحقق من أن : $\forall x\in I\ ;\ \ h(x)=\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$. — 0.75

2 . استنتج حساب $\int_2^3 h(x)\,dx$. — 1.25

التمرين الثاني (5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\dfrac{3u_n+4}{u_n+6}\ ;\ n\in\mathbb{N}\end{cases}$.

1 . احسب u_1 و u_2 . — 0.5

2 . أ . بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>1$. — 1

ب . بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية، واستنتج أنها متقاربة. — 0.75

3 . نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{u_n+4}{u_n-1}$.

أ . احسب v_n-1 بدلالة u_n ثم استنتج أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n>1$. — 0.5

ب . بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\dfrac{v_n+4}{v_n-1}$. — 0.5

ج . بين أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q=\dfrac{7}{2}$ ثم احسب v_n بدلالة n . — 1

د . استنتج u_n بدلالة n . — 0.5

ه . احسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. — 0.25

التمرين الثالث (9.5 نقطة)

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $I=]-\infty;0]$ بما يلي :

$g(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}-\ln(1+e^x)$ وليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الأول.

1 . بين أن : $\forall x\in I;\ \ g'(x)=\dfrac{-e^{2x}}{(e^x+1)^2}$. — 0.5

2 . أ . احسب $g(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ — 1

ب . ضع جدول تغيرات الدالة g . — 0.5

3 . استنتج أن : $\forall\ x\le 0\ ;\ g(x)<0$. — 0.5

4 . أ . احسب $g''(x)$ لكل x من I ثم استنتج تقعر (C) . — 1.5

ب . احسب $g'(0)$ ثم أنشئ (C) (نأخذ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=4cm$ و $g(0)\simeq-0.2$). — 1.5

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على I بما يلي : $f(x)=\dfrac{\ln(e^x+1)}{e^x}$.

1	1 . بوضع $t=e^x$ بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$.
1.5	2 . أ . احسب $f'(x)$ لكل x من I واستنتج أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{e^x}$; $\forall x\in I$.
1.5	ب . احسب $f(0)$ وضع جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج أن : $\forall\ x\le 0\ ;\ \ln 2\le f(x)\le 1$

التمرين الرابع (3.5 نقط)

يحتوي كيس U_1 على كرتين لونهما أحمر وثلاث كرات لونها أبيض ويحتوي كيس U_2 على كرتين لونهما أبيض وثلاث كرات لونها أحمر. نفترض أن كل الكرات غير قابلة للتمييز باللمس.

نسحب كرة من U_1 و كرة من U_2 .

ليكن : A الحدث "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون"

B الحدث "الكرة المسحوبة من U_1 حمراء"

2	1 . احسب $p(B)$ وبين أن $p(A)=\dfrac{12}{25}$.
1.5	2 . علما أن الكرة المسحوبة من U_1 حمراء، ما هو احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللون ؟

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
عناصر الإجابة

المادة	الرياضيات	RR26	المعامل: 4
الشعب(ة) أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي		مدة الإنجاز: 2

		المجموع
التمرين الأول (2 ن)		
1 .	**التحقق : 0.75**	**0.75**
2 .	**0.5** : $\int_2^3 \frac{2}{x-1}\,dx = \left[2\ln(x-1)\right]_2^3$ **0.5** : $\int_2^3 \frac{2x-1}{x^2 - - x+1}\,dx = \left[\ln\left(x^2-x+1\right)\right]_2^3$ **0.25** : $\int_2^3 h(x)\,dx = \ln\left(\frac{12}{7}\right)$ **(تقبل كل طريقة سليمة أخرى)**	**1.25**
التمرين الثاني (5 ن)		
1 .	$u_1 = \frac{5}{4}$ **و** $u_2 = \frac{31}{29}$ **: 2×0.25**	**0.5**
2 . أ.	**الترجع : 1**	**1**
2 . ب	**حساب الفرق** $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 3u_n + 4}{u_n + 6}$ **: 0.25** **دراسة إشارة** $u_{n+1} - u_n$ **: 0.25** **استنتاج التقارب : 0.25**	**0.75**
3 . أ .	$v_n - 1 = \frac{5}{u_n - 1}$ **: 0.25** **الاستنتاج :** $v_n > 1$ **: 0.25**	**0.5**
3 . ب	$u_n = \frac{v_n + 4}{v_n - 1}$ **: 0.5**	**0.5**
3 . ج .	(v_n) **هندسية : 0.5؛** $v_n = 6\left(\frac{7}{2}\right)^n$ **: 0.5**	**1**
3 . د	$u_n = \frac{6\left(\frac{7}{2}\right)^n + 4}{6\left(\frac{7}{2}\right)^n - 1}$ **: 0.5**	**0.5**
3 . هـ	$\lim_{+\infty} u_n = 1$ **: 0.25**	**0.25**

التمرين الثالث (9.5 ن)

	الجزء الأول	المجموع
1 .	**0.5**	**0.5**
2 . أ .	$g(0)=\frac{1}{2}-\ln 2$: **0.25** ؛ $\lim\limits_{-\infty} g(x)=0$: **0.75**	**1**
2 . ب	$\begin{array}{c c c} x & -\infty & \qquad\qquad 0 \\ \hline g'(x) & & - \\ \hline g(x) & 0 & \searrow \quad \frac{1}{2}-\ln 2 \end{array}$: **0.5**	**0.5**
3 .	نستنتج من الجدول أن : $\forall\ x\leq 0\ ;\ g(x)<0$: **0.5**	**0.5**
4 . أ .	$g''(x)=\frac{-2e^{2x}}{(e^{x}+1)^{3}}$: **0.75** ؛ $\forall\ x\leq 0\ ;\ g''(x)<0$: **0.25** استنتاج التقعر : **0.5**	**1.5**
4 . ب	$g'(0)=\frac{-1}{4}$: **0.5**؛ إنشاء (C) : **1**	**1.5**
	الجزء الثاني	
1 .	نضع $t=e^{x}$ ؛ إذن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)}{t}=1$: **1**	**1**
2 . أ .	$f'(x)=\frac{1}{e^{x}+1}-\frac{\ln(1+e^{x})}{e^{x}}$: **1** استنتاج $\forall x\in I;\ f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x}}$: **0.5**	**1.5**
2 . ب	$f(0)=\ln 2$: **0.25** $\begin{array}{c c c} x & -\infty & \qquad\qquad 0 \\ \hline f'(x) & & - \\ \hline f(x) & 1 & \searrow \quad \ln 2 \end{array}$: **0.5** استنتاج أن $\ln 2\leq f(x)\leq 1$: **0.75**	**1.5**

التمرين الرابع (3.5 ن)

1 .	$p(B)=\frac{2}{5}$: **1** و $p(A)=\frac{12}{25}$: **1**	**2**
2 .	$p_{B}(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$: **0.25** و $p(A\cap B)=\frac{6}{25}$: **0.75**؛ $p_{B}(A)=\frac{3}{5}$: **0.5** (تقبل كل خطوات سليمة أخرى)	**1.5**