إحداثيتا نقطة و إحداثيتا متجهة

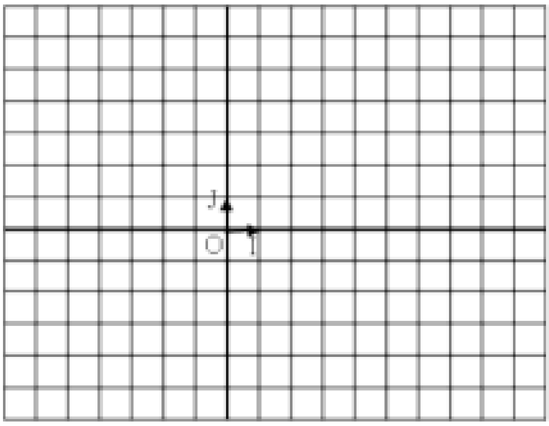
I _ إحداثيتا نقطة :

1) – المعلم في المستوى:

O و I و J ثلاث نقط من المستوى بحيث:

(OI) و (OJ) مستقيمان متعامدان في O و مدرجان بحيث:

(OI) وحدة تدريجه هي OI و (OJ) وحدة تدريجه هي OJ .



✓ نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

✓ النقطة O تسمى : أصل المعلم $(O;I;J)$.

✓ المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاصيل.

✓ المستقيم (OJ) يسمى : محور الأراتيب.

✓ إذا كان $OI = OJ = 1$ نسمي $(O;I;J)$: معلم متعامد ممنظم

2) – إحداثيتا نقطة :

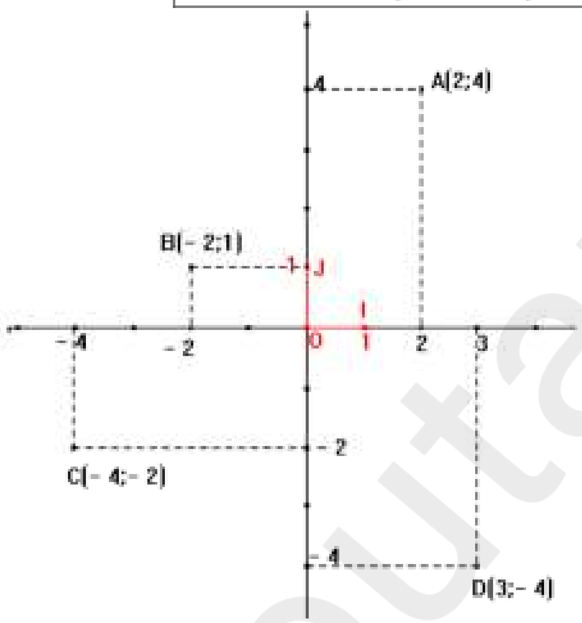
تعريف :

> $(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى
>
> كل نقطة M في المستوى مرتبطة بزوج $(x_M;y_M)$ يسمى زوج إحداثيتي النقطة M .
>
> x_M يسمى : أفصول M و y_M يسمى أرتوب M و نكتب : $M(x_M;y_M)$

مثال:

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$. لنمثل النقط:

$A(2;4)$ و $B(-2;1)$ و $C(-4;-2)$ و $D(3;-4)$



ملاحظات هامة : إذا كان $(O;I;J)$ معلما للمستوى فإن: $O(0;0)$ و $I(1;0)$ و $J(0;1)$.

ـ إذا كانت M تنتمي إلى (OI) فإن: $M(x_M;0)$.

ـ إذا كانت M تنتمي إلى (OJ) فإن: $M(0;y_M)$.

3) – إحداثيتا منتصف قطعة :

تعريف

> $(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى
>
> إذا كانت M منتصف قطعة $[AB]$ فإن :
>
> $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ و $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

مثال : المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

لنحدد إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة $[AB]$ بحيث : $A(2;3)$ و $B(-2;1)$.

لدينا : $x_E = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{2+(-2)}{2} = \dfrac{0}{2} = 0$ و $y_E = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{3+1}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ إذن: $E(0;2)$

II _ إحداثيتا متجهة :

1) – تعريف :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى.
إذا كانت $A(x_A;y_B)$ و $B(x_A;y_B)$ نقطتين فإن: إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هما: x_B-x_A و y_B-y_A
و نكتب : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;\ y_B-y_A)$

مثال: $A(-2;3)$ و $B(1;-5)$ نقطتان من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

لنحسب إحداثيتي $\overrightarrow{AB}$. لدينا: $\begin{cases} x_B-x_A=1-(-2)=1+2=3 \\ y_B-y_A=-5-3=-8 \end{cases}$ إذن $\overrightarrow{AB}(3;-8)$.

2) – تساوي متجهتين :

قاعدة:

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتان غير منعدمتين
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ يعني أن: $y_B-y_A=y_D-y_C$ و $x_B-x_A=x_D-x_C$

مثال : $A(3;3)$ و $B(1;-4)$ و $C(-2;-2)$ نقط من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$ لنحدد إحداثيتي D لكي يكون $ABCD$ متوازي الأضلاع.

$ABCD$ متوازي الأضلاع يعني أن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

أي: $\begin{cases} x_B-x_A=x_C-x_D \\ y_B-y_A=y_C-y_D \end{cases}$ أي: $\begin{cases} 1-3=-2-x_D \\ -4-3=-2-y_D \end{cases}$ أي $\begin{cases} 0=x_D \\ 5=y_D \end{cases}$ و بالتالي فإن : $D(0;5)$.

III _ إحداثيتا مجموع متجهتين:

قاعدة :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى. $\overrightarrow{AB}(a;b)$ و $\overrightarrow{CD}(c;d)$ متجهتان غير منعدمتين
إحداثيتا المتجهة $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ هما : $a+c$ و $b+d$ ونكتب : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}(a+c\ ;b+d)$

مثال: $(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى. نعتبر المتجهتين: $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;-4)$.

لنحدد زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{u}+\vec{v}$. لدينا : $\vec{u}+\vec{v}(-2+2\ ;3-4)$ أي: $\vec{u}+\vec{v}(0\ ;-1)$

IV _ إحداثيتا متجهة في عدد حقيقي :

قاعدة :

$(O;I;J)$ معلم متعامد للمستوى
$\overrightarrow{AB}(a;b)$ و k عدد حقيقي غير منعدم إحداثيتا المتجهة $k.\overrightarrow{AB}$ هما : $k.a$ و $k.b$
ونكتب : $k.\overrightarrow{AB}(k.a\ ;k.b)$

مثال: في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$ نعتبر المتجهة $\vec{u}(4;-2)$. إذن: $2\vec{u}(8;-4)$:

V _ المسافة بين نقطتين :

قاعدة :

في معلم متعامد ممنظم
إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فإن : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

مثال : في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$ نعتبر النقطتين $A(-1;3)$ و $B(3,2)$. سيكون لدينا :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(3+1)^2+(2-3)^2}=\sqrt{4^2+(-1)^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$$