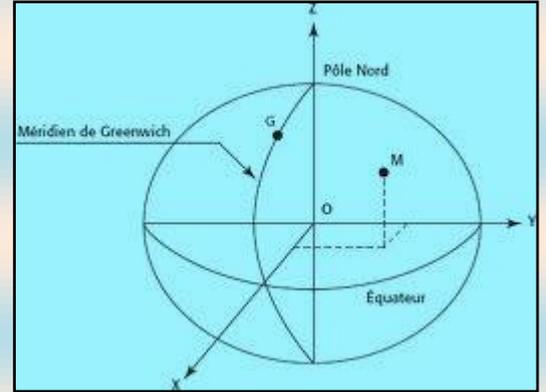
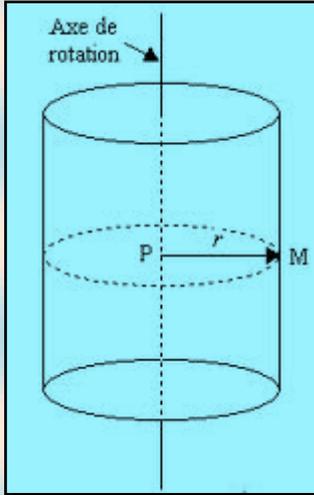
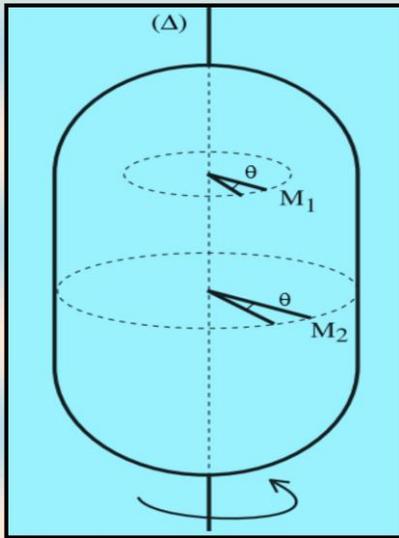


حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت



يكون جسم صلب (غير قابل للتشويه) في دوران حول محور ثابت (Δ) إذا كانت جميع نقطه في حركة دائرية ممرزة على هذا المحور . كما أن لها في كل لحظة ، نفس السرعة الزاوية ω باستثناء النقط المنتمية للمحور (Δ) .



1 - مميزات حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت .
يكون جسم صلب غير قابل للتشويه في دوران حول محور ثابت ، إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممرزة على هذا المحور . وينتمي مسارها إلى المستوى المتعامد مع محور الدوران .

1) الأفصول الزاوي :

الأفصول الزاوي لنقطة متحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) هو الزاوية الموجهة $\theta = (\overline{Ox}, \overline{OM})$. وحدة θ في النظام العالمي للوحدات هي الراديان رمزها rad .

2) الأفصول المنحني :

$$s(t) = M_0M$$

وحدته هي المتر (m) . نعتبر M_0 أصل الأفصول المنحنية . يرتبط الأفصول الزاوي θ و الأفصول المنحني s بالعلاقة :

$$s(t) = r.\theta(t)$$

حيث s بوحدة المتر (m) ، r شعاع المسار الدائري ب (m) و θ بوحدة (rad) .

*ملحوظة : s و θ مقداران جبريان .

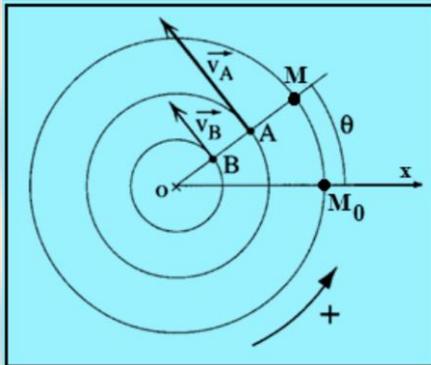
3) السرعة الزاوية اللحظية :

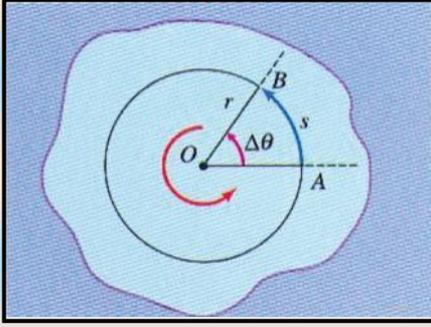
السرعة الزاوية اللحظية لنقطة متحركة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي المشتقة بالنسبة للزمن

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

وحدة ω في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على الثانية رمزها rad.s^{-1} .

*ملحوظة : جميع نقط جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت تدور بنفس السرعة الزاوية ω .





4 (السرعة الخطية :

تعرف السرعة الخطية $v(t)$ في لحظة t لنقطة في حركة

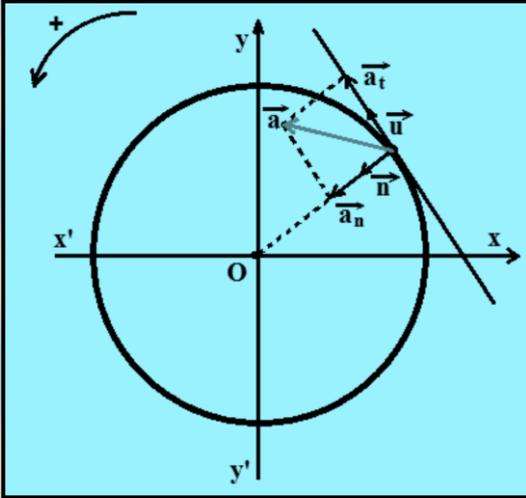
$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} \quad \text{بالعلاقة } O$$

ونعلم أن $s(t) = r.\theta(t)$ إذن : $v(t) = r.\dot{\theta}(t) = r.\omega(t)$

*ملحوظة : أثناء دوران جسم صلب حول محور ثابت تكون جميع نقطه في كل لحظة نفس السرعة الزاوية ω بينما تختلف سرعاتها الخطية .

5 (التسارع الزاوي :

التسارع الزاوي لنقطة متحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت هي ، في كل لحظة ، المشتقة بالنسبة للزمن



$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{للسرعة الزاوية لهذه النقطة :}$$

وحدة $\ddot{\theta}$ في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على مربع الثانية رمزها rad.s^{-2} .

في أساس فريني يكتب التسارع الخطي

$$\vec{a} = a_t \vec{u} + a_n \vec{n} \quad \text{كالتالي :}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r.\ddot{\theta} \quad \text{بحيث :}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r.\dot{\theta}^2 \quad \text{و}$$

II - العلاقة الأساسية لديناميك (للتحرك) :

1 (نص العلاقة :

في معلم مرتبط بالأرض ، و بالنسبة لمحور ثابت (Δ) ، يساوي مجموع عزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت (Δ) في كل لحظة ، جداء عزم القصور J_Δ و التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ لحركة الجسم في اللحظة المعنية :

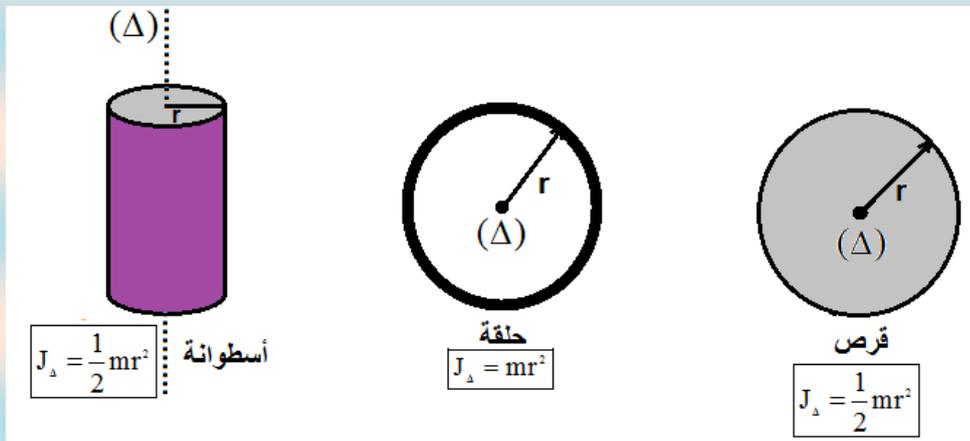
$$\sum M_\Delta(\vec{F}_i) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

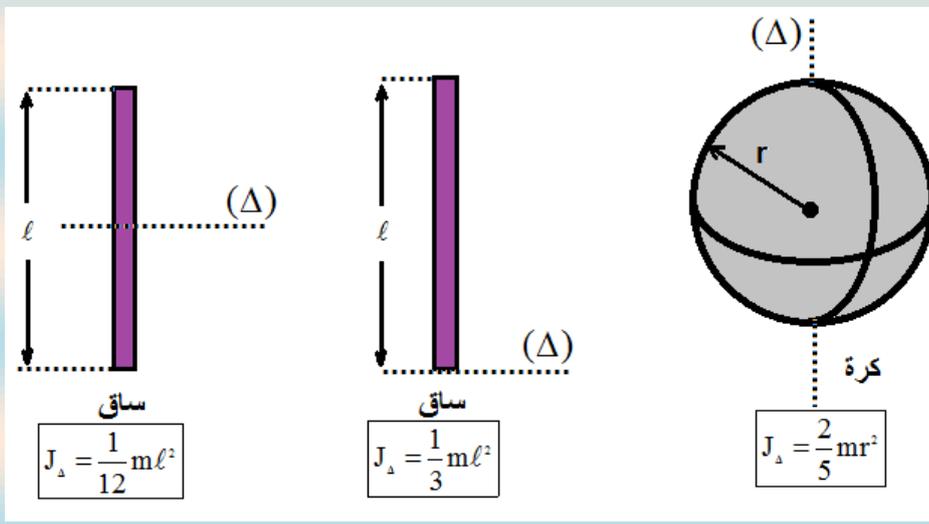
$\sum M_\Delta(\vec{F}_i)$ مجموع العزوم بالنسبة للمحور (Δ) للقوى المطبقة على الجسم بوحدة $(N.m)$.

J_Δ عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور (Δ) بوحدة $(kg.m^2)$.

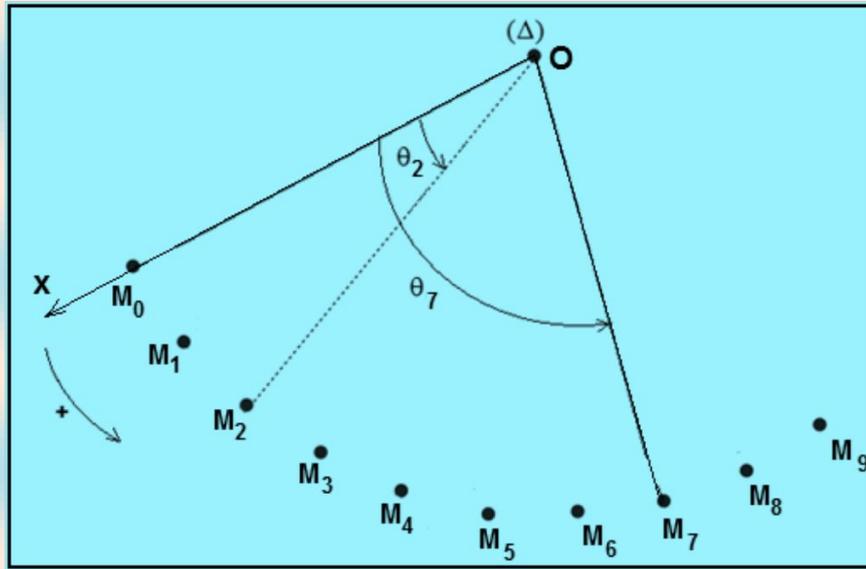
$\ddot{\theta}$ التسارع الزاوي لحركة الجسم بوحدة (rad.s^{-2}) .

2 (صيغ عزوم القصور لأجسام متجانسة ذات أشكال بسيطة :





3 - كيفية تحديد السرعة الزاوية و التسارع الزاوي انطلاقا من تسجيل :



نعتبر تسجيل حركة نقطة M من جسم يدور حول محور ثابت (Δ) . نختار المحور (Ox) محورا مرجعا للأفاصيل الزاوية θ_i و منحى دوران الجسم منحى موجبا ، ولحظة تسجيل النقطة M_0 أصلا للتواريخ $(t=0)$.
نعين بالنسبة لكل موضع M_i المسجل عند اللحظة t_i :

$$\omega_i = \dot{\theta}_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad : \text{ السرعة الزاوية}$$

$$\ddot{\theta}_i = \frac{\dot{\theta}_{i+1} - \dot{\theta}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad : \text{ التسارع الزاوي}$$

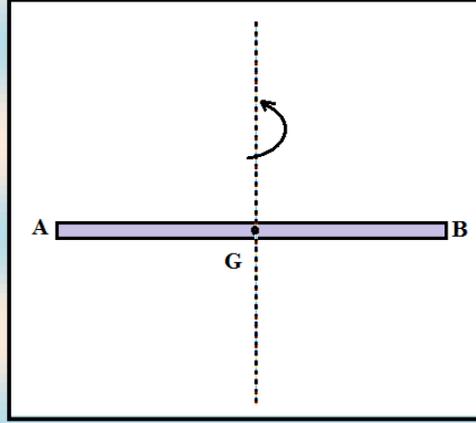
التمرين 1 :

عارضة AB متجانسة طولها $L = 1\text{m}$ وكتلتها $m = 0,5\text{kg}$ تدور حول محور رأسي ثابت يمر من مركز قصورها G (أنظر الشكل) .
علما أن المعادلة الزمنية

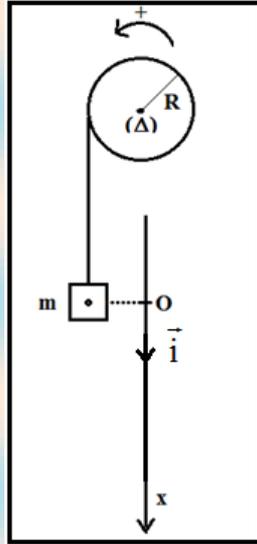
$$\theta(t) = 10.t^2 + 4.t \quad \text{مع } \theta \text{ ب rad و } t \text{ ب s}$$

- 1 - أعط تعبير معادلة السرعة الزاوية ، واحسب قيمتها عند اللحظة $t = 1\text{s}$.
- 2 - حدد التسارع الزاوي لحركة العارضة .
- 3 - أحسب v_B السرعة الخطية للطرف B عند اللحظة $t = 1\text{s}$.
- 4 - عين التسارع المنظمي و التسارع المماسي للنقطة B ، ثم قيمة تسارعها عند $t = 1\text{s}$.
- 5 - بتطبيق العلاقة الأساسية لديناميك على العارضة ، أوجد تعبير M مجموع عزوم القوى المطبقة على العارضة و احسب قيمته .

نعطي : عزم قصور العارضة بالنسبة لمحور دورانها له التعبير $J = \frac{1}{12}.m.L^2$



التمرين 2 :



بكرة كتلتها $M = 2\text{kg}$ نعتبرها موزعة على محيطها ، قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) أفقي ثابت يمر من مركز قصورها . تلف حول مجرى البكرة خيطا غير قابل للامتداد، كتلته مهملة ولا ينزلق . نعلق في طرف الخيط جسما صلبا كتلته $m = 2\text{kg}$

معطيات : شعاع البكرة $R = 0,2\text{m}$. $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$

عزم قصور البكرة بالنسبة للمحور (Δ) : $J = MR^2$

نحرر المجموعة بدون سرعة بدنية عند اللحظة $t = 0$ حيث مركز قصور الجسم الصلب له أفصول منعدم في المعلم (O, \vec{i}) .

1 - بين أن تسارع مركز قصور الجسم يحقق العلاقة : $a = \frac{g}{2}$

2 - أحسب سرعة مركز قصور الجسم الصلب عندما يصل إلى الموضع ذي الأفصول $x = 2,45\text{m}$.

3 - نعيد الجسم إلى الموضع ذي الأفصول $x = 0$ ثم نحرره بدون سرعة بدنية ، لكن بع أن نطبق على البكرة مزدوجة

قوتين عزمها ثابت و ذلك لكبح حركتها . يأخذ الجسم الصلب السرعة $v_1 = 2,45 \text{ ms}^{-1}$ عندما يصل إلى الموضع ذي الأفصول $x = 2,45\text{m}$. أحسب عزم مزدوجة الكبح .