

## Application : satellites artificiels et planètes

## I (القوانين الثلاثة لكيبلر Les trois lois de Kepler

## 1 - المرجع المركزي الشمسي (تذكير)

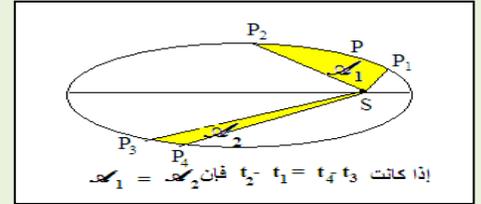
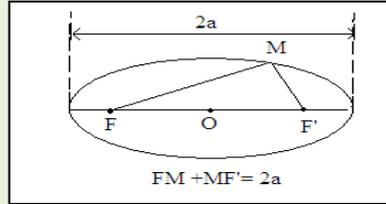
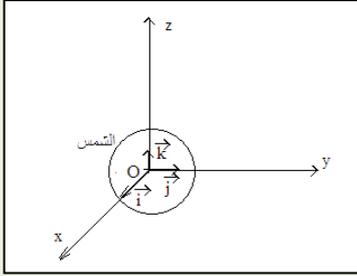
لدراسة حركة الكواكب حول الشمس نستعمل المرجع المركزي الشمسي .

نفرض هذا المرجع بالمعلم المتعامد و الممنظم  $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  الذي نعتبره غاليليا

## 2 - قوانين كيبلر

## 1.2 - القانون الأول أو قانون المدارات الإهليجية

مسار مركز قصور كوكب ، في المرجع المركزي الشمسي ، إهليجي يمثل مركز قصور الشمس إحدى بؤرتيه



## 2.2 - القانون الثاني أو قانون المساحات

تسح القطعة SP التي تربط مركز الشمس بمركز الكوكب مساحات متقايسة في مدد زمنية متساوية .

## ملحوظة :

هذا القانون يبين أن سرعة الكوكب أثناء حركته تتغير من نقطة إلى أخرى . تكون السرعة قصوية عندما يكون الكوكب قريباً من الشمس .

## 3.2 - القانون الثالث أو قانون الأدوار

أ - الدورة الفلكية : نسمي دورة فلكية لكوكب ما ، حركته بين مرورين متتاليين لمركزه P من نفس النقطة من مداره حول الشمس .

ب - الدور المداري : نسمي الدور المداري لكوكب ما ، المدة الزمنية T التي يستغرقها مركزه لإنجاز دورة فلكية كاملة .

ج - نص القانون : يتناسب مربع الدور المداري اطراداً مع مكعب نصف طول المحور الكبير للإهليج

$$k \text{ ثابتة بالنسبة لجميع كواكب النظام الشمسي و حدها } m^2 \cdot s^{-3} \quad \frac{T^2}{a^3} = k$$

## د - ملحوظتان

- إذا كان مسار الكوكب دائري فإننا نعبر عن قانون كيبلر الثالث كما يلي :  $\frac{T^2}{r^3} = k$  بحيث شعاع المسار الدائري

- نطبق القانون الثالث لكيبلر على جميع الأقمار طبيعية أو اصطناعية التي تدور حول كوكب ما .  $\frac{T^2}{a^3} = k'$  لا تتعلق إلا بالكوكب

## هـ - تمرين تطبيقي

المسافة المتوسطة بين مركزي الأرض و الشمس تساوي  $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$  . تمكن هذه المسافة من تعريف الوحدة الفلكية  $1 \text{ UA} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$  (unité astronomique) أحسب بالوحدة UA و بالوحدة km المسافة الفاصلة بين مركزي الشمس و الزهرة ، و بين مركزي الشمس و زحل . نعتبر مداري الكوكبين حول الشمس دائريين .

الكوكب	الزهرة	الأرض	زحل
الدور المداري T (ans)	0,615	1,000	29,457

## الحل

نسمي  $r_1$  المسافة بين الشمس و الأرض و  $r_2$  المسافة بين الشمس و الزهرة و  $r_3$  المسافة بين الشمس و المريخ .

نسمي  $T_1$  الدور المداري للأرض  $T_2$  الدور المداري للزهرة و  $T_3$  الدور المداري للمريخ

$$\text{لدينا } \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} \Leftrightarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} \Leftrightarrow r_2 = 1,08 \cdot 10^8 \text{ km} \Leftrightarrow r_2 = 0,723 \text{ UA} \Leftrightarrow r_2^3 = \frac{T_2^2}{T_1^2} r_1^3 = \left(\frac{0,615}{1}\right)^2 \cdot 1^3 = 0,378225 \Leftrightarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

$$r_2 = 1,43 \cdot 10^9 \text{ km} \Leftrightarrow r_2 = 9,538 \text{ UA} \Leftrightarrow r_3^3 = \frac{T_3^2}{T_1^2} r_1^3 = \left(\frac{29,457}{1}\right)^2 \cdot 1^3 = 867,715 \Leftrightarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_3^2}{r_3^3}$$

## II ( الحركة الدائرية المنتظمة mouvement circulaire uniforme

## 1 - تعريف

تكون حركة نقطة دائرية منتظمة إذا كان مسارها دائرياً و سرعتها ثابتة .

## 2 - متجهة السرعة و التسارع

## 1.2 - تعريف

$$\vec{v} = r \cdot \omega \text{ مع } \vec{V} = v \cdot \vec{u}$$

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \text{cte} \text{ السرعة الزاوية ثابتة}$$

## 2.2 - المعدلة الزمنية للحركة

$$\theta = \omega \cdot t + \theta_0 \iff \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$s(t) = v \cdot t + v_0 \iff v = \frac{ds}{dt}$$

## 3.2 - دور الحركة

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot r}{v} \text{ هو المدة الزمنية T اللازمة لإنجاز دورة كاملة}$$

## 4.2 - متجهة التسارع

$$a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \text{ و } a_N = \frac{v^2}{r} = r \cdot \omega^2 \text{ مع } \vec{a} = a_N \cdot \vec{n}$$

## 3 - شرطا الحصول على حركة دائرية

لكي نحصل على حركة انجذابية مركزية يجب أن تكون:  
- متجهة السرعة انجذابية مركزية و منظما ثابت .

$$F = m \frac{v^2}{r} \text{ محصلة القوى الخارجية المطبقة على الجسم } \vec{F} = \sum \vec{F}_{ex} \text{ انجذابية مركزية منظما}$$

## ( III ) الحركة المدارية للكواكب mouvement orbitale des planète

### 1 - قانون نيوتن للتجاذب الكوني Loi d'attraction universel

$$\vec{F}_{A/B} = \vec{F}_{B/A} = -G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{AB^2} \vec{u}_{AB}$$

G = 6,67.10<sup>-11</sup> (SI) ثابتة التجاذب الكوني

## 2 - الحركة المدارية للكواكب حول الشمس

### 1.2 - نشاط

نعتبر كوكبا كتلته m و مركزه P في حركة دائرية حول الشمس ذات الكتلة m<sub>S</sub> و المركز S .  
أ - بتطبيق الشرط الثاني لنيوتن على الكوكب أوجد تعبير متجهة تسارعه ,  
ب - بين أن حركة الكوكب دائرية منتظمة و استنتج تعبير سرعة الكوكب في مداره حول الشمس ,  
ج - أوجد تعبير الدور المداري للكوكب في مداره حول الشمس

د - استنتج كتلة الشمس m<sub>S</sub> علما أن الكوكب هو الأرض و المسافة بين الشمس و الأرض r = 1,5.10<sup>8</sup> km و الدور المداري للأرض بالنسبة للشمس T = 1an و ثابتة التجاذب الكوني G = 6,67.10<sup>-11</sup> (SI)

### 2.2 - استثمار

أ - الكوكب يخضع لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس على الكوكب  $\vec{F}_{S/P}$

حسب القانون الثاني لنيوتن فإن  $\vec{F}_{S/P} = -G \cdot \frac{m \cdot m_S}{r^2} \cdot \vec{u}_{SP} = m \cdot \vec{a}_P$  و منه فإن تعبير متجهة

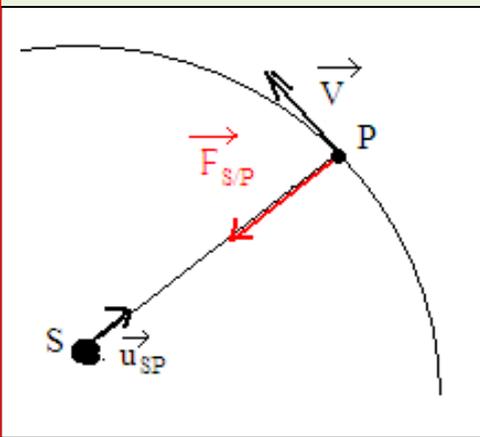
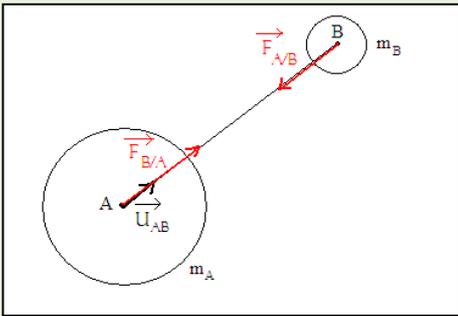
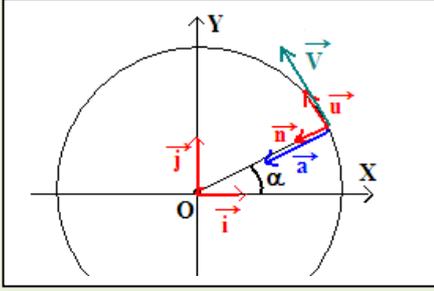
$$\vec{a}_P = -G \cdot \frac{m_S}{r^2} \vec{u}_{SP} \text{ التسارع}$$

ب - متجهة التسارع انجذابية مركزية أي أن  $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$  و  $a_N = \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m_S}{r^2}$

أي v = Cte و تعبير شعاع المدار  $r = \frac{G \cdot m_S}{v^2}$  إذن الكوكب يأخذ حركة دائرية منتظمة

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_S}{r}} \text{ تعبير سرعة الكوكب}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_S}} \text{ ج - تعبير الدور المداري}$$



$$m_s = \frac{4.\pi^2.(1,5.10^{11})^3}{(3,15576.10^7)^2 .6,67.10^{-11}} = 2.10^{30} kg \text{ تطبيق عددي } m_s = \frac{4.\pi^2.r^3}{T^2.G} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4.\pi^2.r^3}{G.m_s} \text{ د - كتلة الشمس}$$

### 3 - الحركة المدارية للأقمار حول الأرض

- نسمي قمرا كل جسم في حركة مدارية حول كوكب

1.3 - تعبير السرعة و الدور المداري

2.3 - الاستقمار satellisation

3.3 - الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض