

### ← الدوال الأصلية لدالة منصلة على مجال:

#### ◆ تعريف:

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على مجال  $I$   
 نقول أن  $F$  هي دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $I$   
 إذا تحقق الشرطان التاليان:

- $F$  قابلة للاشتقاق على المجال  $I$
- $\forall x \in I \quad F'(x) = f(x)$

#### ◆ خاصيات:

كل دالة متصلة على مجال تقبل دالة أصلية على هذا المجال

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على مجال  $I$   
 إذا كانت  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $I$  فإن:  
 جميع الدوال الأصلية للدالة  $f$  معرفة على  $I$  بما يلي:

$$x \mapsto F(x) + k \quad (k \in \mathbb{R})$$

لتكن  $f$  دالة عددية تقبل دالة أصلية على مجال  $I$   
 وليكن  $x_0$  عنصرا من  $I$  و  $y_0$  عنصرا من  $\mathbb{R}$   
 توجد دالة أصلية وحيدة  $F$  للدالة  $f$  على المجال  $I$   
 تحقق الشرط البدئي:  $F(x_0) = y_0$

### ← الدوال الأصلية: لمجموع الدالتين - لحداء دالة و عدد حقيقي:

#### ◆ خاصية:

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين عدديتين معرفتين على مجال  $I$  و  $k$  عددا حقيقيا  
 إذا كانت  $F$  و  $G$  دالتين أصليتين للدالتين  $f$  و  $g$  على المجال  $I$  على التوالي فإن:

- $F + G$  دالة أصلية للدالة  $f + g$  على المجال  $I$
- $kF$  دالة أصلية للدالة  $kf$  على المجال  $I$

← جدول الدوال الأصلية لبعض الدوال الاعتيادية:

$f(x)$	$F(x)$
$a \in \mathbb{R}$	$ax + k$
$x$	$\frac{1}{2}x^2 + k$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + k$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + k$
$x^r$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + k$
$\sin x$	$-\cos x + k$
$\cos x$	$\sin x + k$
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + k$
$\frac{1}{x}$	$\ln x  + k$
$e^x$	$e^x + k$

$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$   $(k \in \mathbb{R})$

← استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد بعض الدوال الأصلية:

$f(x)$	$F(x)$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)} + k$
$\frac{-v'(x)}{[v(x)]^2}$	$\frac{1}{v(x)} + k$
$u'(x) \times [u(x)]^r$	$\frac{[u(x)]^{r+1}}{r+1} + k$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln u(x)  + k$
$u'(x) \times e^{u(x)}$	$e^{u(x)} + k$
$\cos(ax + b)$	$\frac{1}{a} \sin(ax + b) + k$
$\sin(ax + b)$	$-\frac{1}{a} \cos(ax + b) + k$

$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$   $(k \in \mathbb{R})$