

← الانصال في نقطة:

$$x_0 \text{ متصل في } f \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

➔ تعريف:

➔ الانصال على اليمين - الانصال على اليسار:

$$x_0 \text{ متصل على اليمين في } f \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \quad \bullet$$

$$x_0 \text{ متصل على اليسار في } f \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) \quad \bullet$$

$$x_0 \text{ متصل في } f \Leftrightarrow x_0 \text{ متصل على اليمين و على اليسار في } x_0$$

← الانصال على مجال:

تكون f دالة متصلة على مجال مفتوح $]a, b[$ إذا كانت f متصلة في كل عنصر من المجال $]a, b[$

تكون f دالة متصلة على مجال مغلق $[a, b]$ إذا كانت f متصلة على المجال المفتوح $]a, b[$ و متصلة على اليمين في a و متصلة على اليسار في b

← العمليات على الدوال المتصلة:

لتكن f و g دالتين متصلتين على مجال I و k عدد حقيقي

• الدوال $f + g$ و $f \times g$ و kf متصلة على المجال I

• إذا كانت g لا تنعدم على I فإن الدالتين $\frac{f}{g}$ و $\frac{1}{g}$ متصلتين على المجال I

◆ **نتائج:**

• كل دالة حدودية متصلة على \mathbb{R}

• كل دالة جذرية متصلة على مجموعة تعريفها

• الدالة $x \mapsto \sqrt{x}$ متصلة على \mathbb{R}^+

• الدالتان $x \mapsto \sin x$ و $x \mapsto \cos x$ متصلتان على \mathbb{R}

• الدالة $x \mapsto \tan x$ متصلة على مجموعة تعريفها $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$

← انصال مركب دالتين:

إذا كانت f دالة متصلة على مجال I و g متصلة على مجال J بحيث: $f(I) \subset J$

فإن: $g \circ f$ متصلة على المجال I

← صورة مجال بدالة منصلة:

• صورة قطعة بدالة متصلة هي قطعة

• صورة مجال بدالة متصلة هي مجال

◆ **حالات خاصة:** لتكن f دالة متصلة ورتيبة قطعاً على مجال I

الجدول التالي يوضح طبيعة المجال $f(I)$



المجال $f(I)$		المجال I
f تناقصية قطعاً على I	f تزايدية قطعاً على I	
$[f(b); f(a)]$	$[f(a); f(b)]$	$[a, b]$
$\left] \lim_{x \rightarrow b^-} f(x); f(a) \right]$	$\left[f(a); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) \right]$	$[a, b[$
$\left[f(b); \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \right[$	$\left] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x); f(b) \right]$	$]a, b]$
$\left] \lim_{x \rightarrow b^-} f(x); \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \right[$	$\left] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) \right[$	$]a, b[$
$\left] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); f(a) \right]$	$\left[f(a); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right]$	$[a, +\infty[$
$\left] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \right[$	$\left] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right[$	$]a, +\infty[$
$\left[f(a); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \right[$	$\left] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); f(a) \right]$	$] -\infty, a]$
$\left] \lim_{x \rightarrow a^-} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \right[$	$\left] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \right[$	$] -\infty, a[$
$\left] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \right[$	$\left] \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right[$	\mathbb{R}

← مرهنة القيم الوسيطة:

إذا كانت f متصلة على مجال $[a, b]$ فإنه لكل عدد حقيقي β محصور بين العددين $f(a)$ و $f(b)$ يوجد على الأقل عدد حقيقي α من المجال $[a, b]$ بحيث: $f(\alpha) = \beta$

إذا كانت f متصلة على مجال $[a, b]$ و $f(a) \times f(b) < 0$

فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلاً α ينتمي إلى المجال $[a, b]$

إذا كانت f دالة متصلة ورتبية قطعاً على مجال $[a, b]$ و $f(a) \times f(b) < 0$

فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α ينتمي إلى المجال $[a, b]$

◆ **نتيجة:**

← طريقة النقر الثاني:

لتكن f دالة متصلة ورتبية قطعاً على مجال $[a, b]$ بحيث: $f(a) \times f(b) < 0$

وليكن α الحل الوحيد للمعادلة $f(x) = 0$ في المجال $[a, b]$

إذا كان: $f(b) \times f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0$

فإن: $\frac{a+b}{2} < \alpha < b$ وهذا التأطير سعته $\frac{b-a}{2}$

يمكن إعادة هذه الطريقة على المجال $\left[\frac{a+b}{2}; b\right]$ للحصول

على تأطير أدق للعدد α

إذا كان: $f(a) \times f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0$

فإن: $a < \alpha < \frac{a+b}{2}$ وهذا التأطير سعته $\frac{b-a}{2}$

يمكن إعادة هذه الطريقة على المجال $\left[a; \frac{a+b}{2}\right]$ للحصول

على تأطير أدق للعدد α

ملاحظة: وهكذا دواليك يمكن إعادة هذه الطريقة إلى أن يتم الحصول على تأطير للعدد α سعته مرغوب فيها