الوحدة 2

بعض تطبيقات قوانين نيوتن

Quelques applications des lois de Newton

I) السقوط الحر الرأسي لجسم صلب

1 ـ تعريف

نقول إن جسما في سقوط حر عندما لا يخضع إلا لوزنه $\vec{P} = m.\vec{g}$. نسمي متجهة مجال الثقالة التي تبقى ثابتة بجوار نقطة من الأرض .

2 ـ الدراسة التجريبية

1.2 ـ نشاط تجريبي

نحرر بدون سرعة بدئية كرة تنس . نضع أمام المسار مسطرة رأسية طولها 1m . نسجل بواسطة الويبكام أو كاميرا رقمية فيديو لحركة سقوط الكرة . بواسطة برنم Logger Pro نمثل مخطط المسافات و مخطط السرعة .

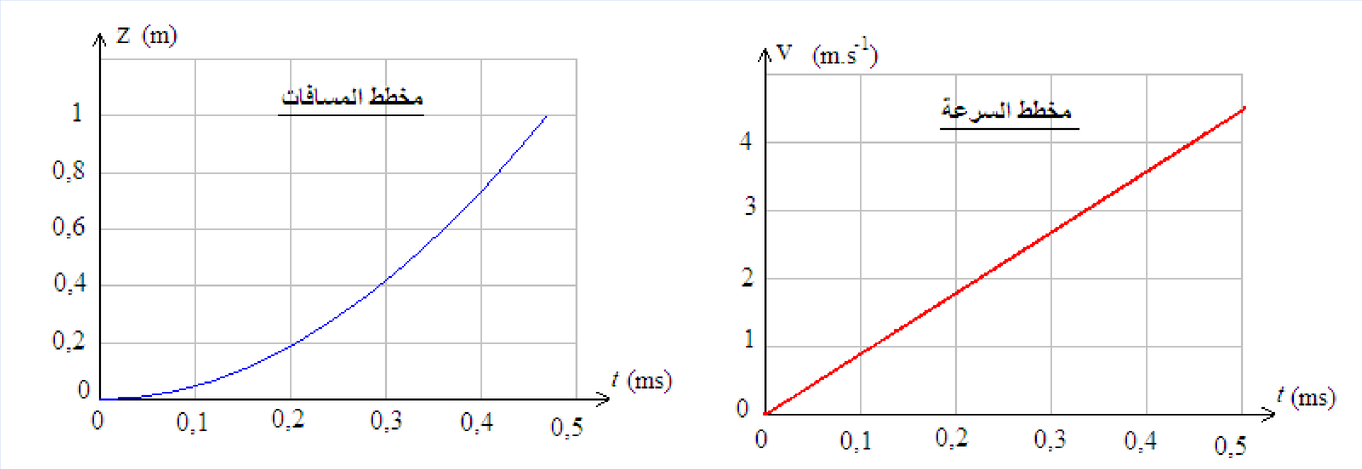
أ ـ ما طبيعة مسار الكرة ؟

ب ـ ما طبيعة حركة مركز قصور الكرة ؟

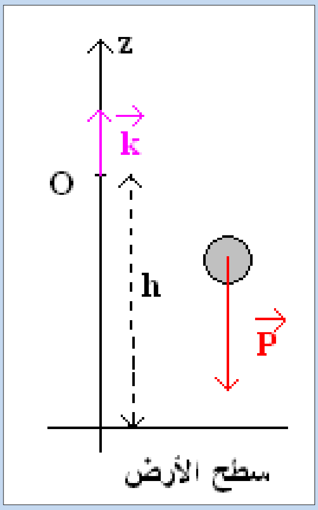
2.2 ـ استثمار

أ ـ الكرة تتحرك وفق مستقيم رأسي إذن طبيعة المسار مستقيمي

ب ـ



نلاحظ أن مخطط المسافات شلجمي و مخطط السرعة مستقيمي و منه فإن طبيعة حركة الكرة أثناء سقوطها بدون سرعة بدئية مستقيمية متغيرة بانتظام .



3 ـ الدراسة النظرية

1.3 ـ السقوط الرأسي بدون سرعة بدئية

- نشاط

نطلق كرية فولاذية S كتلتها m بدون سرعة بدئية من نقطة O ارتفاعها $h = 6m$ بالنسبة لسطح الأرض . نعتبر المحور $(O,\vec{k})$ موجه نحو الأعلى و $g = 9,8 m.s^{-2}$.

أ ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرية .

ب ـ استنتج معادلة السرعة $v = f_1(t)$ و المعادلة الزمنية للحركة $z = f_2(t)$.

ج ـ حدد اللحظة وصول الكرية إلى سطح الأرض و سرعة اصطدامها مع سطح الأرض .

- استثمار

أ ـ

المجموعة المدروسة : { الجسم الصلب S }

جرد القوى

$\vec{P}$: وزن الجسم الصلب S

نطبق على الجسم الصلب في المعلم الأرضي الغاليلي القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G$ أي

$\vec{P} = m.\vec{a}_G$

نسقط العلاقة في المعلم $(O,\vec{k})$: $-m.g = m.a$ أي $a = -g$ و بما أن $a = \frac{dv}{dt}$ نحصل على المعادلة التفاضلية $\frac{dv}{dt} = -g$

ب ـ حل المعادلة التفاضلية $\frac{dv}{dt} = -g$ هو $v = -g.t + C$. نحدد C حسب الشروط البدئية. لدينا عند $t = 0$. $v(t = 0) = v_0 = 0$

أي $v(0) = -g.0 + C = 0$ إذن $C = 0$ و منه فإن معادلة السرعة هي : $v = -g.t$

بنفس الطريقة نبحث عن $z = f_2(t)$

$v=-gt \Leftarrow z=-\frac{1}{2}g.t^2+C'$ نحدد C’ حسب الشروط البدئية . لدينا عند اللحظة t = 0 ، $z(t=0)=z_0=0$ أي

$z(0)=-\frac{1}{2}g.0^2+C'=0$ إذن C’ = 0 و منه فإن المعادلة الزمنية لحركة جسم في سقوط حر و بدون سرعة بدئية من نقطة ثم اختيارها كمرجع أصل معلم الفضاء هي : $z=-\frac{1}{2}g.t^2$

ج ـ عند وصول الكرية إلى سطح الأرض تكون z = - h و منه فإن لحظة الوصول إلى سطح الأرض هي $t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}$

تطبيق عدد $t_1=\sqrt{\frac{2.6}{9,8}}=1,1s$

القيمة الجبرية للسرعة التي تصطدم بها الكرية مع سطح الأرض هي $v_1=-g.t_1=-9,8.1,1=-10,78$ و منضم متجهة السرعة $V_1=10,78m.s^{-1}$

ملحوظة : يمكن استعمال علاقة بين v و t و ذلك بإقصاء t بين z و v. $v=-gt \Rightarrow t=-\frac{v}{g} \Rightarrow z=-\frac{1}{2}g.(-\frac{v}{g})^2$

فنحصل على العلاقة : $v^2=-2g.z$

2.3 ـ السقوط الرأسي بسرعة بدئية

- **نشاط**

نرسل نحو الأعلى كرية S كتلتها m بسرعة $v_0=3m.s^{-1}$ ، من نقطة M ارتفاعها $h=2m$ بالنسبة لسطح الأرض .نعتبر المحور $(O,\vec{k})$ موجه نحو الأعلى و النقطة O توجد عند سطح الأرض و $g=10m.s^{-2}$.

أ ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرية .

ب ـ استنتج معادلة السرعة $v=f_1(t)$ و المعادلة الزمنية للحركة $z=f_2(t)$.

ج ـ حدد لحظة وصول الكرية إلى سطح الأرض و سرعة اصطدامها مع سطح الأرض .

- **استثمار**

أ ـ

المجموعة المدروسة : { الجسم الصلب S }

جرد القوى

$\vec{P}$: وزن الجسم الصلب S

نطبق على الجسم الصلب في المعلم الأرضي الغاليلي القانون الثاني لنيوتن أي $\sum\vec{F}=m.\vec{a}_G$

$\vec{P}=m.\vec{a}_G$

نسقط العلاقة في المعلم $(O,\vec{k})$: -m.g = m.a أي a = - g و بما أن $a=\frac{dv}{dt}$ نحصل على

المعادلة التفاضلية $\frac{dv}{dt}=-g$

ب ـ حل المعادلة التفاضلية $\frac{dv}{dt}=-g$ هو $v=-g.t+C$. نحدد C حسب الشروط البدئية. لدينا عند t = 0 . $v(t=0)=v_0$ أي $v(0)=-g.0+C=v_0$ إذن $C=v_0$ و منه فإن معادلة السرعة هي : $v=-g.t+v_0$

بنفس الطريقة نبحث عن $z=f_2(t)$

$v=-gt+v_0 \Leftarrow z=-\frac{1}{2}g.t^2+v_0t+C'$ نحدد C’ حسب الشروط البدئية . لدينا عند اللحظة t = 0 ، $z(t=0)=z_0=h$ أي

$z(0)=-\frac{1}{2}g.0^2+v_0.0+C'=h$ إذن $C'=h=z_0$ و منه فإن المعادلة الزمنية لحركة جسم في سقوط حر و بدون سرعة بدئية من نقطة O ثم اختيارها كمرجع أصل معلم الفضاء هي : $z=-\frac{1}{2}g.t^2+v_0t+z_0$

ج ـ عند وصول الكرية إلى سطح الأرض تكون z = 0 أي $-5t^2+3t+2=0$ و يكون المميز $\Delta=9+40=49$

و منه فإن لحظة الوصول إلى سطح الأرض هي $t_1=\frac{-3-\sqrt{\Delta}}{-10}=1s$

القيمة الجبرية للسرعة التي تصطدم بها الكرية مع سطح الأرض هي $v_1 = -g.t_1 + v_0 = -10.1 + 3 = -7$ و منضم متجهة السرعة

$V_1 = 7m.s^{-1}$

ملحوظة : يمكن استعمال علاقة بين v و t و ذلك بإقصاء t بين z و v .

$$z = -\frac{1}{2}g.(-\frac{v-v_0}{g})^2 + v_0(-\frac{v-v_0}{g}) + z_0 \Leftarrow t = -\frac{v-v_0}{g} \Leftarrow v = -gt + v_0$$

فنحصل على العلاقة : $v^2 - v_0^2 = -2g(z-z_0)$

4 - استنتاج

نقول إن لجسم حركة مستقيمية متغيرة بانتظام ، إذا كان المسار مستقيمي و التسارع ثابت $a = Cte$. معادلة السرعة $v = a.t + v_0$

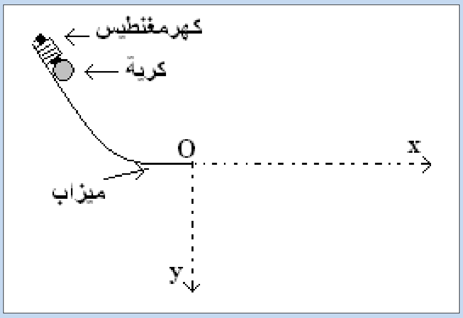
المعادلة الزمنية للحركة $z = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + z_0$ و المعادلة المستقلة عن الزمن $v^2 - v_0^2 = 2a(z - z_0)$

II) حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme

1 - الدراسة التجريبية

1.1 - نشاط تجريبي

عند فتح دارة الكهرمغنطيس تتدحرج الكرية الفولاذية طول المزاب و تغادره
بسرعة أفقية عند النقطة O . نغير مكان لوحة الاستقبال المجهزة بورق التسجيل
و نسجل إحداثيات نقطة سقوط الكرية.
أملء الجدول أسفله . ماذا تستنتج ؟



y (cm)	0	10	15	20	25	30	35	40	45
x (cm)									
$\frac{y}{x^2}$									

2.1 - استثمار

y (cm)	0	10	15	20	25	30	35	40	45
x (cm)	0	5	11	20	31	44	60	78	99
$\frac{y}{x^2}$		5	4,9	5	5	4,9	4,9	4,9	4,9

نستنتج من الجدول أن $\frac{y}{x^2} = Cte = \frac{1}{2}g$ أي $y = \frac{1}{2}g.x^2$ إذن المسار عبارة عن قوس من شلجم .

2 - الدراسة النظرية

2.1 - نشاط

نقذف من النقطة O قذيفة ذات كتلةm بسرعة بدئية V_0 تكون متجهتها $\vec{V}_0$ زاوية α مع الخط الأفقي . ندرس حركة مركز القصور G للقذيفة في المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المرتبط بالأرض و الذي نعتبره غاليليا كما نعتبر مجال الثقالة مجالا منتظما.

أ - بتطبيق مبرهنة مركز القصور على القذيفة في المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، أوجد إحداثيات متجهة التسارع $\vec{a}_G$ لمركز قصور القذيفة.

ب - استنتج المعادلات الزمنية و معادلة مسار مركز قصور القذيفة.ما طبيعة الحركة ؟

ج - أوجد الإحداثيات x_S وy_S لقمة المسار.S في أي حالة نحصل على أعلى قمة مسار ؟

د - أوجد تعبير المدى OP . في أي حالة يكون المدى قصويا ؟ $P\ (x_P=OP, y_P=0)$

ه - بين أن القذيفة تصيب نفس الهدفP بالنسبة لزاويتين α_1 و α_2 .

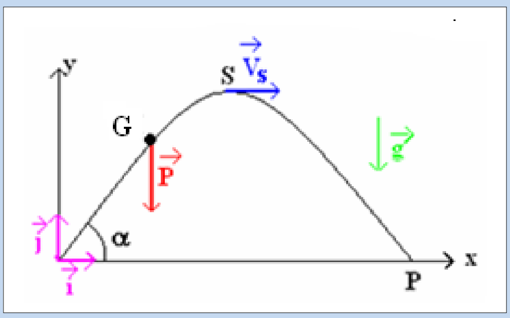
22 - استثمار

أ - المجموعة المدروسة { القذيفة }

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن القذيفة

نطبق مبرهنة مركز القصور على القذيفة في المعلم الأرضي الغاليلي

$$\vec{a}_G = \vec{g} \Leftarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \Leftarrow \vec{P} = m.\vec{a}_G$$



$$\vec{g}\left|\begin{array}{l}0\\-g\\0\end{array}\right. \qquad \vec{a}\left|\begin{array}{l}a_x\\a_y\\a_z\end{array}\right. \Rightarrow (a_x = 0, a_y = -g, a_z = 0)$$

ب - الشروط البدئية أي عند اللحظة $t_0 = 0$

$$\overrightarrow{OG_0}\begin{vmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{vmatrix} \quad ، \quad \vec{V}_0 \begin{vmatrix} v_{xO} = V_0.\cos\alpha \\ v_{yO} = V_0.\sin\alpha \\ v_{zO} = 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{vmatrix} \xRightarrow{\text{التكامل}} \vec{V}\begin{vmatrix} v_x = K_1 \\ v_y = -g.t + K_2 \\ v_z = K_3 \end{vmatrix} \xRightarrow{\text{الشروط البدئية}} \vec{V}\begin{vmatrix} v_x = V_0.\cos\alpha \\ v_y = -g.t + V_0.\sin\alpha \\ v_z = 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{V}\begin{vmatrix} v_x = V_0.\cos\alpha \\ v_y = -g.t + V_0.\sin\alpha \\ v_z = 0 \end{vmatrix} \xRightarrow{\text{التكامل}} \overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = V_0.\cos\alpha.t + K_4 \\ y = -\frac{1}{2}g.t^2 + V_0.\sin\alpha.t + K_5 \\ z = K_6 \end{vmatrix} \xRightarrow{\text{الشروط البدئية}} \overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x = V_0.\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}g.t^2 + V_0.\sin\alpha \\ z = 0 \end{vmatrix}$$

إذن **المعادلات الزمنية للحركة** $x = V_0\cos\alpha.t$ و $y = -\frac{1}{2}g.t^2 + V_0.\sin\alpha.t$

معادلة المسار : نقصي t بين x و y . $t = \frac{x}{V_0\cos\alpha} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g.(\frac{x}{V_0\cos\alpha})^2 + V_0.\sin\alpha.\frac{x}{\cos\alpha}$

إذن معادلة المسار : $\boxed{y = -\frac{g}{2V_0^2.\cos^2\alpha}x^2 + tg\alpha.x}$

ج ـ عند قمة المسار $v_y = 0$ إذن $-g.t_F + V_0\sin\alpha = 0 \Rightarrow t_F = \frac{V_0.\sin\alpha}{g} \Rightarrow x_F = V_0.\cos\alpha.\frac{V_0.\sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2.\cos2\alpha}{2g}$

$$y_F = -\frac{1}{2}g.(\frac{V_0.\sin\alpha}{g})^2 + V_0.\sin\alpha.\frac{V_0.\sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2.\sin^2\alpha}{2g}$$

نحصل على أعلى قمة مسار عندما يكون $\sin^2\alpha = 1$ أي $\alpha = \frac{\pi}{2}$

د ـ $y_P = o \Rightarrow -\frac{g}{2V_0^2.\cos^2\alpha}x_P^2 + tg\alpha.x_P = 0 \Rightarrow x_P = \frac{2V_0^2.\cos^2\alpha.tg\alpha}{g} = \frac{2V_0^2.\cos\alpha.\sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2.\sin2\alpha}{g}$

يكون المدى قصويا عندما يكون $\sin2\alpha = 1$ أي $2\alpha = \frac{\pi}{2}$ أي $\alpha = \frac{\pi}{4}$ في هذه الحالة $x_P = \frac{V_0^2}{g}$

هـ ـ نعلم أن $\sin\beta = \sin(\pi - \beta)$ إذن $\sin2\alpha = \sin(\pi - 2\alpha) = \sin2(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ إذن نحصل على نفس الهدف

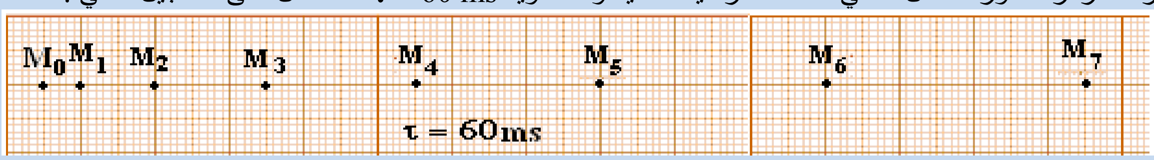
بالنسبة لزاويتي القذف α_1 و $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$.

III) الحركة المستقيمية لجسم صلب

1 ـ انزلاق جسم صلب على مستوى مائل

1.1 ـ نشاط تجريبي

نترك حامل ذاتي S كتلته $m = 730g$ ، ينزلق بدون سرعة بدئية فوق منضدة هوائية مائلة بالنسبة للمستوى الأفقي بزاوية $\alpha = 10°$.
و نسجل حركة مركز قصور الحامل الذاتي أثناء مدد زمنية متتالية و متساوية $\tau = 60\ ms$، فنحصل على التسجيل التالي :



أ ـ أثبت العلاقة التقريبية للتسارع عند نقطة معينة M_i : $\vec{a}_i = \frac{\overrightarrow{M_iM_{i+2}} - \overrightarrow{M_{i-2}M_i}}{4\tau^2}$ ثم أحسب قيمة التسارع عند النقط :
M_2 ، M_3 ، M_4 ، M_5 ، ماذا تستنتج ؟
ب ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الحامل الذاتي S أوجد تعبير التسارع a لمركز قصور الحامل الذاتي . ما طبيعة الحركة ؟ جميع الاحتكاكات تكافئ قوة $\vec{f}$ شدتها ثابتة f و منحاها معاكس لمنحى المسار. استنتج الشدة f لقوة الاحتكاك . ما قيمة معامل الاحتكاك ؟
ج ـ أوجد المعادلة الزمنية لحركة مركز قصور الحامل الذاتي .

د ـ أعط قيمة التسارع ، في حالة الانزلاق بدون احتكاك .

2.1 ـ استثمار

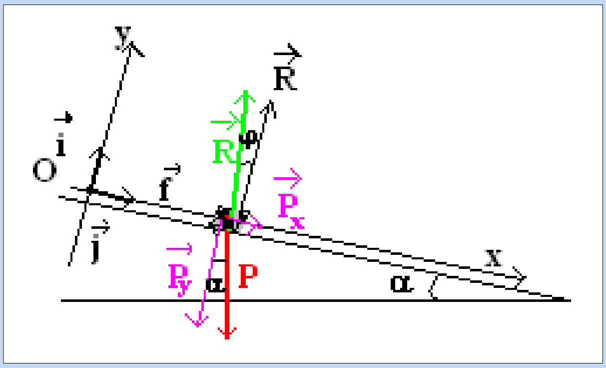
أ - $a_2 = \dfrac{M_2M_4 - M_0M_2}{4\tau^2} = \dfrac{(3,5-1,5).10^{-2}}{4.0,06^2} = 1,38 m.s^{-2}$ ، $a_3 = \dfrac{M_3M_5 - M_1M_3}{4\tau^2} = \dfrac{(4,5-2,5).10^{-2}}{4.0,06^2} = 1,38 m.s^{-2}$ ،

$$a_4 = \frac{M_4M_6 - M_2M_4}{4\tau^2} = \frac{(5,5-3,5).10^{-2}}{4.0,06^2} = 1,38 m.s^{-2}$$

$a_5 = 1,38\ m.s^{-2}$ نستنتج أن التسارع ثابت إذن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام .

ب -

المجموعة المدروسة : { الحامل الذاتي S }



جرد القوى : $\vec{R}$: تأثير المنضدة الهوائية $\vec{P}$: وزن الحامل الذاتي

نطبق على الحامل الذاتي القانون الثاني لنيوتن في المعلم الأرضي الغاليلي

$$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Ox: $mg.\sin\alpha - f = ma_x$ نستنتج تسارع الحركة

$a = a_x = g.\sin\alpha - \dfrac{f}{m}$ ثابت إذن حركة الحامل الذاتي مستقيمية متغيرة

بانتظام . بما أن $\vec{a}.\vec{V} > 0$ فإن الحركة مستقيمية متسارعة بانتظام

$a_y = 0$ لأن الحركة لا تتم على المحور Oy.

$f = m(g.\sin\alpha - a) = 0,73.(10.\sin10 - 1,38) = 0,26N$

الإسقاط على المحور Oy : $- mg.\cos\alpha + R_N = 0$ نستنتج $R_N = mg.\cos\alpha = 0,73.10.\cos10 = 7,18\ N$

معامل الاحتكاك $K = \dfrac{f}{R_N} = \dfrac{0,26}{7,18} = 0,036$

ج – بما أن لدينا حركة مستقيمية متغيرة بانتظام تسارعها $a = 1,38\ m.s^{-2}$ و سرتها البدئية $v_0 = 0$ و ينطلق الحامل الذاتي من النقطة O

ذات الأفصول $x_0 = 0$ فإن المعادلة الزمنية لحركة مركز قصور الحامل الذاتي هي $x = \dfrac{1}{2}a.t^2$ و معادلة السرعة هي : $v = a.t$.

د – في حالة الانزلاق بدون احتكاك فإن $\vec{f} = \vec{0}$ و بالتالي فإن تعبير التسارع $a = a_x = g.\sin\alpha$.

2 ـ انزلاق جسم صلب على مستوى أفقي

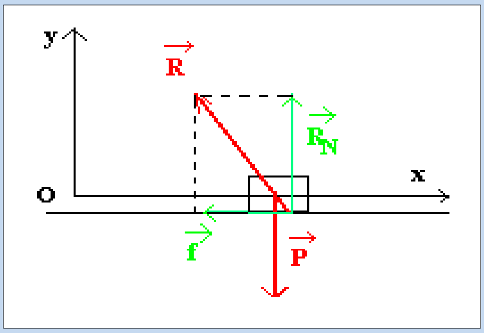
1.2 ـ نشاط

نرسل فوق منضدة هوائية أفقية حامل ذاتي S كتلته $m = 730\ g$ ، بسرعة $v_0 = 0,6 m.s^{-1}$ جميع الاحتكاكات مكافئة لقوة شدتها ثابتة $f = 0,2\ N$ و منحاها معاكس لمنحى الحركة .

أ – ما طبيعة الحركة ؟

ب ـ ما هي المسافة التي يقطعها الحامل الذاتي قبل أن يتوقف ؟

ج ـ ما طبيعة الحركة في حالة الاحتكاكات المهملة ؟



2.2 ـ استثمار

أ ـ المجموعة المدروسة : { الحامل الذاتي }

جرد القوى : $\vec{R}$: تأثير المنضدة الهوائية $\vec{P}$: وزن الحامل الذاتي

نطبق على الحامل الذاتي القانون الثاني لنيوتن في المعلم الأرضي الغاليلي

$$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Ox $- f = m.a_x$ الاسقاط على المحور Oy $R_N - mg = 0$ نستنتج تسارع مركز القصور $a = a_x = -\dfrac{f}{m}$

$a_{y=0}$ لأن الحركة لا تتم على المحور Oy . نستنتج إذن أن طبيعة الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام و بما أن $\vec{a}.\vec{V} > 0$ فإن الحركة

مستقيمية متباطئة بانتظام ، بتسارع $a = -\dfrac{f}{m} = -\dfrac{0,2}{0,73} = 0,27 m.s^{-2}$.

ب ـ نطبق العلاقة المستقلة عن الزمن $v^2 - v_0^2 = 2.a.(x - x_0)$. لدينا $x - x_0 = d$ المسافة المطلوبة و الحامل الذاتي يتوقف عندما

تصبح $v = 0$ إذن $d = -\dfrac{v_0^2}{2.a} = \dfrac{0,6^2}{2.0,27} = 0,66m$.

ج ـ عندما تكون الاحتكاكات مهملة تكون $\vec{R}$ و $\vec{P}$ متعامدتان مع المسار و إسقاط العلاقة $\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$ على المحور Ox يعطي

$a = 0$ و منه فإن الحركة مستقيمية منتظمة حيث يتحقق القانون الأول لنيوتن .