بسم الله الرحمان الرحيم

سلسلة تمارين حول مبدأ القصور

التمرين الأول :

أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة:
1) للجسم الصلب مركز قصور واحد.
2) لا يوجد بالضرورة مركز قصور جسم صلب في المادة.
3) تكون حركة جسم صلب معزول ميكانيكيا حركة مستقيمية .
4) تكون حركة مركز قصور جسم صلب معزول ميكانيكيا دائما حركة مستقيمية منتظمة.
5) عندما يكون جسم صلب معزول ميكانيكيا في حركة ، فإن مركز قصوره هو النقطة الوحيدة التي تكون حركتها مستقيمية منتظمة.
6) إذا كان جسم صلب في حالة سكون، فإن مركز قصوره يبقى في حالة سكون .
7) إذا كانت حركة مركز قصور جسم صلب مستقيمية فإنها بالضرورة منتظمة.

إجابة

1) صحيح.
2) خطأ.
3) خطأ. بل حركة مركز قصوره .
4) صحيح.
5) صحيح.
6) صحيح.
7) خطأ

التمرين الثاني :

اشرح انطلاقا من مبدأ القصور، لماذا ؟
1) يكون من الضروري استعمال حزام السلامة أثناء ركوب السيارة.
2) يكون من الصعب البقاء واقفا داخل حافلة نقل دون المسك بالمقابض.

إجابة

1) عندما تكون سرعة السيارة كبيرة مثلا 120كم في الساعة وفجأة تستعمل الفرامل لتتوقف ، الراكب الذي له سرعة السيارة يصبح معزولا في لحظة استعمال الفرامل عنها بحيث ينطلق بسرعة السيارة 120كم في الساعة التي توقفت وبذلك يقذف نحو الأمام في حركة مستقيمية منتظمة طبقا لمبدأ القصور منفصلا عنها (لكن تصبح بعد ذلك له حركة شلجمية بسبب وزنه الغير مهمل) ولتفادي ذلك يصبح من الضروري استعمال حزام السلامة.

2) الحافلة منطلقة بسرعة معينة عندما ، تتوقف فجأة يصبح مركز قصور الراكب وهو واقفا في حركة مستقيمية منتظمة بنفس سرعة الحافلة قبل التوقف وذلك طبقا لمبدأ القصور ، فيندفع نحو الأمام وبذلك يكون من الصعب البقاء واقفا داخل حافلة نقل دون المسك بالمقابض.

التمرين الثالث :

انطلاقا من لحظة $t=o$ ينطلق جسم صلب S شبه معزول ميكانيكيا في حركة إزاحية فوق مستوى أفقي بسرعة $v=1m/s$.
عين سرعته بعد $2s$ ، $4s$ ، $15s$.

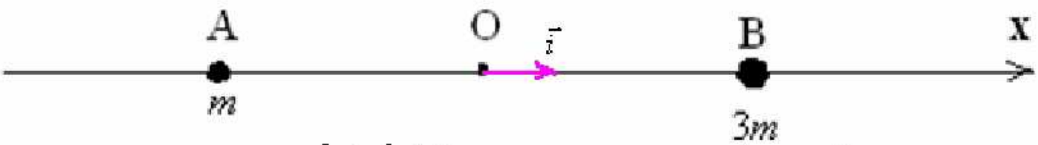
إجابة

بما أن الجسم الصلب S شبه معزول ميكانيكيا فحسب مبدأ القصور، حركة مركز قصوره مستقيمية منتظمة وبما أنه في إزاحة فإن حركته الإجمالية هي حركة مركز قصوره وبالتالي تبقى له نفس السرعة $v=1m/s$ في جميع اللحظات المذكورة .

تذكير : الحركة الإزاحة حركة تخلو من الدوران.
مثلا ، عندما ندفع المتزلج فوق الجليد تكون له حركة إزاحية.
وعندما نقذف بالكرة تصبح لها حركة إزاحية ودورانية في آن واحد.

التمرين الرابع: تمرين رقم 10 ص 45 من الكتاب المدرسي مرشدي في الفيزياء

جسمان نقطيان A و B كتلتاهما على التوالي m و $3m$ تفصل بينهما المسافة $AB = 200m$.



1) حدد الأفصولين x_A و x_B بالنسبة للمعلم $(O,\vec{i})$ حيث O منتصف القطعة $[A,B]$.

2) بتطبيق العلاقة المرجحية أوجد x_G أفصول مركز قصور المجموعة $\{A,B\}$.

3) نزيح الجسم B بمسافة $50cm$ في منحى $\vec{i}$ ، بكم وفي أي منحى ينزاح G؟

أجوبة :

1) $x_A = -100cm$ ، $x_B = +100cm$

2) لتكن النقطة G مركز قصور المجموعة المكونة من الكرتين $\{A+B\}$. إذن G تنتمي على القطعة $[A,B]$ وتحددها العلاقة المرجحية التالية :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$$ أي : $$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1.\overrightarrow{OA} + m_2.\overrightarrow{OB}}{m_1 + m_2}$$ مع : $m_1 = m$ و : $m_2 = 3m$

$$\Leftarrow \quad \overrightarrow{OG} = \frac{m.\overrightarrow{OA} + 3m.\overrightarrow{OB}}{m + 3m} \quad \Leftarrow \quad m.\overrightarrow{OA} + 3m.\overrightarrow{OB} = 4m.\overrightarrow{OG}$$

بإسقاط هذه العلاقة الأخيرة على المحور $(O;\vec{i})$ تصبح كما يلي : $m.x_A + 3m.x_B = 4m.x_G$ ومنه :

$$x_G = \frac{m.x_A + 3.m.x_B}{4m} = \frac{m.(x_A + 3.x_B)}{4m} = \frac{x_A + 3.x_B}{4}$$

تطبيق عددي: $$x_G = \frac{-100m + 300m}{4m} = \frac{200m}{4m} = \frac{200}{4} = 50cm$$

3) عندما نزيح المجموعة B ب: $50cm$ في نفس منحى المتجهة $\vec{i}$ تصبح : $x_B = +150cm$ و : $x_A = -100cm$

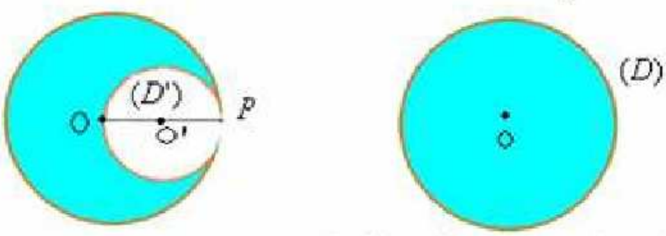
$$x_G == \frac{x_A + 3.x_B}{4} = \frac{-100 + 150.(3)}{4} = \frac{-100 + 450}{4} = +87,5m$$

وبذلك ينزاح مركز قصور المجموعة G بمسافة : $37,5cm$ في نفس منحى المتجهة $\vec{i}$

التمرين الخامس :

نعتبر قرصا متجانسا (D) سمكه e ثابت ، شعاعه $R = 6cm$ وكتلته $m = 80g$.

نقطع من هذا القرص قرصا صغيرا (D') شعاعه $R' = \frac{R}{2}$ وكتلته m' بحيث نحصل جزء من قرص على شكل هلال كما يوضحه الشكل التالي .



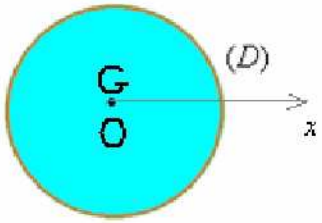
1) أوجد موضع مركز قصور الجزء من القرص المحصل عليه على شكل هلال.

2) ما الكتلة m_0 للكرة النقطية التي يجب تثبيتها عند النقطة P (المنتمية إلى القطر المار من O و O') لكي ينطبق مركز قصور الجزء من القرص على شكل هلال مع النقطة O.

O : مركز القرص المتجانس (D)

O': مركز القرص (D')

تصحيح :



1) ليكن G مركز قصور القرص المتجانس ذي الكتلة m والشعاع R <=

نعتبر المحور (O,x) أصله O منطبق مع G .
نطبق العلاقة المرجحية على القرص المتجانس الذي يتكون من جزئين :

- القرص الصغير الذي تم قطعه مركز قصوره O' .
- الجزء من القرص المتبقى على شكل هلال مركز قصوره G' .

$$\overrightarrow{OG}=\frac{m'.\overrightarrow{OO'}+(m-m').\overrightarrow{OG'}}{m'+(m-m')}$$

بما أن : O منطبق مع G .

$$m'.\overrightarrow{OO'}+(m-m').\overrightarrow{OG}=\vec{0} \qquad (1)$$

نعلم أن مساحة القرص $S=\pi R^2$ وبما أن $R'=\frac{R}{2}$ ولدينا : $m=\rho.V=\rho.S.e$

$$\frac{m}{m'}=\frac{\rho.\pi.R^2.e}{\rho\pi.R'^2.e}=\frac{R^2}{R'^2}=\frac{R^2}{\frac{R^2}{4}}=4 \quad \Leftarrow \quad m=4m'$$

والعلاقة رقم (1) تصبح كما يلي :

$$m'.\overrightarrow{OO'}+3m'.\overrightarrow{OG}=\vec{0} \quad \Leftarrow \quad \overrightarrow{OG}=-\frac{\overrightarrow{OO'}}{3}$$ ومنه : $x_G=-\frac{x_{O'}}{3}$

:

ولدينا $x_{O'}=\frac{R}{2}$ $\Leftarrow$ $x_G=\frac{-R}{6}=-\frac{6cm}{6}=-1cm$

---

2) نطبق العلاقة المرجحية على الجزء القرص على شكل هلال مركز قصوره G' + الكرة . الذي يتكون من جزئين :

- الجزء من القرص المتبقى على شكل هلال مركز قصوره G' .
- الكرة ذات الكتلة m_o

$$\overrightarrow{OG'}=\frac{m_o.\overrightarrow{OP}+(m-m').\overrightarrow{OG}}{m_o+(m-m')}$$

عندما ينطبق مركز قصور المجموعة مع O العلاقة الاخيرة تصبح:

$$m_o.\overrightarrow{OP}+(m-m').\overrightarrow{OG}=\vec{0} \qquad (3)$$

من خلال (a) $m'=\frac{m}{4}$ $\Leftarrow$ $m-m'=\frac{3m}{4}$

بالتعويض و بالإسقاط على المحور (O,x) العلاقة (3) تصبح كما يلي :

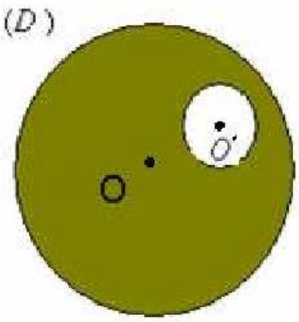
$$m_o.x_P+\frac{3m}{4}.x_G=0$$

من خلال المعطيات $x_P=R=6cm$ ومن خلال نتائج السؤال السابق $x_G=-1cm$

$$m_o = \frac{m}{8} = \frac{80g}{8} = 10g \qquad \Leftarrow \qquad 6.m_o.-\frac{3m}{4} = 0$$

التمرين السادس : **تمرين رقم 11 ص 45 من الكتاب المدرسي مرشدي في الفيزياء**

قرص متجانس (D) سمكه صغير ، قطره d ومركزه O توجد به فتحة دائرية قطرها d' ومركزها O' . أنظر الشكل .



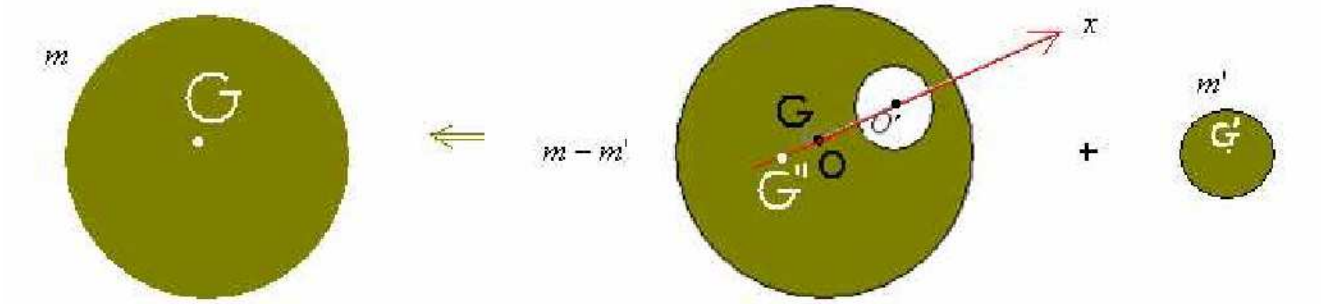
أوجد موضع مركز قصور القرص بالنسبة للمركز O.

نعطي : $d = 20cm$ ، $d' = 4cm$ ، $OO' = 5cm$.

إجابة :

2) لتكن النقطة G مركز قصور مجموعة القرص المتجانس قبل تفريغه كتلته m. هذا الأخير يتكون من جزئين :

- القرص الصغير الذي تم قطعه مركز قصوره G' كتلته m'.
- ا لجزء من القرص المتبقى مركز قصور G'' وكتلته $m-m'$.



.نطبق العلاقة المرجحية على القرص المتجانس قبل تفريغه :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m'\overrightarrow{OG'} + (m-m')\overrightarrow{OG''}}{m}$$

نعتبر المحور (O,x) أصله Gمنطبق مع G ومار من O'

بما أن : Oمنطبق مع G ، العلاقة المرجحية تصبح كما يلي .

$$m'\overrightarrow{OG'} + (m-m')\overrightarrow{OG''} = \vec{0} \qquad (1)$$

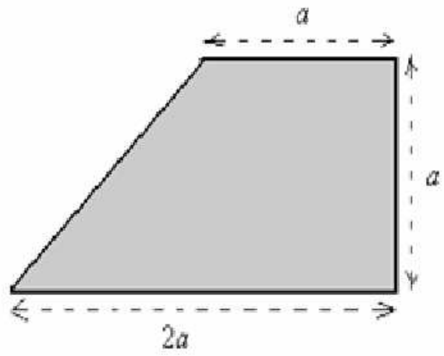
$$m - m' = 24m' \quad \Leftarrow \quad m = 25m' \quad \Leftarrow \quad \frac{m}{m'} = \frac{\rho.\pi.R^2 e}{\rho\pi R'^2 e} = \frac{R^2}{R'^2} = \frac{2^2}{10^2} = \frac{1}{25}$$

ومنه (1) تكتب كما يلي : $m'\overrightarrow{OG'} + 24m'\overrightarrow{OG''} = \vec{0}$ مع : $\overrightarrow{OG'} = \overrightarrow{OO'}$ انظر الشكل

$$x_G'' = -\frac{x_{O'}}{24} = -\frac{5}{24} \approx -0,21cm \quad \Leftarrow \quad \overrightarrow{OG''} = -\frac{\overrightarrow{OO'}}{24}$$

التمرين السابع : **تمرين رقم 12ص 45 من الكتاب المدرسي مرشدي في الفيزياء**

صفيحة فلزية متجانسة سمكها e ثابت ، لها شكل شبه منحرف .انظر الشكل .



أوجد موضع مركز قصور الصفيحة G .

تصحيح :

ليكن G_1 مركز قصور الجزء المربع و m_1 و : G_2 مركز قصور الجزء المثلث m_2 و: G مركز قصور الصفيحة الفلزية.

توجد النقطة G_1 في مركز المربع والنقطة G_2 في تقاطع الواسطين أنظر الشكل .

العلاقة المرجحية :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$$

تكتب كما يلي :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1.\overrightarrow{OG_1} + m_2.\overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}$$

باعتبار O منطبق مع G تصبح :

$$m_1\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$$

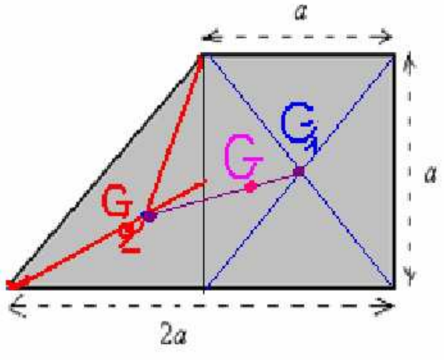
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cancel{\rho}.V_1}{\cancel{\rho}.V_2} = \frac{S_1.\cancel{e}}{S_2.\cancel{e}} = \frac{a^2}{\frac{a^2}{2}} = 2$$

$m_1 = 2m_2 \quad \Leftarrow$

$$2.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}) = \vec{0} \quad \Leftarrow \quad 2.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$$

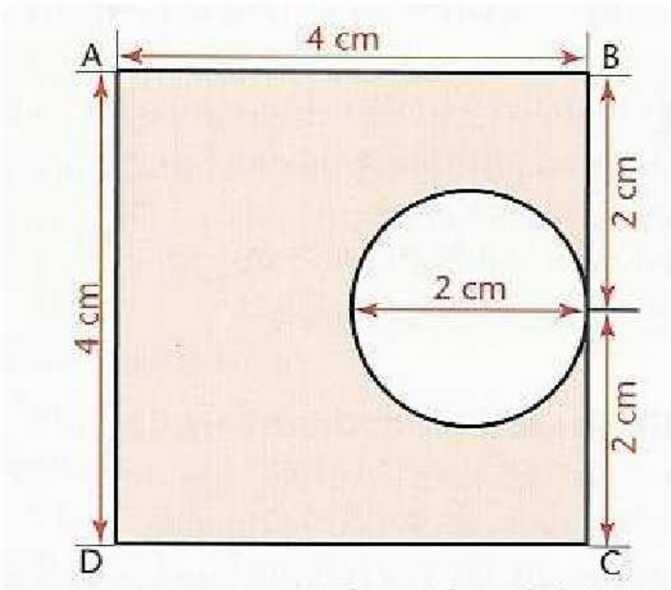
$$3.m_2\overrightarrow{GG_1} = -m_2.\overrightarrow{G_1G_2} \quad \Leftarrow \quad 3.m_2\overrightarrow{GG_1} + m_2.\overrightarrow{G_1G_2} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{G_1G} = \frac{\overrightarrow{G_1G_2}}{3} \qquad \text{أي : } \overrightarrow{GG_1} = -\frac{\overrightarrow{G_1G_2}}{3} \quad \Leftarrow \quad 3\overrightarrow{GG_1} = -.\overrightarrow{G_1G_2}$$



التمرين الثامن :

نعتبر صفيحة $ABCD$ مكونة من مادة فلزية متجانسة سمكها ثابت مقطوع منها جزء على شكل قرص كما يبينه الشكل التالي.



1) عين على الشكل موضع مركز القصور G للصفيحة المربعة المتجانسة.

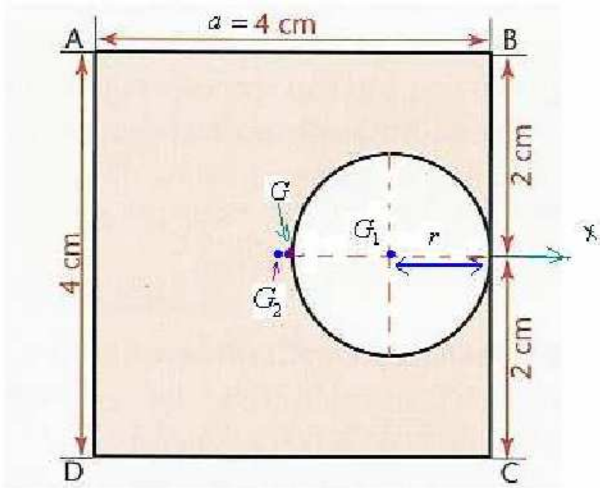
2) عين على الشكل موضع مركز القصور G' للقرص.

3) m_1 هي كتلة القرص المنزوع و m_2 كتلة الصفيحة المفرغة. مركز القصور G_2 للصفيحة المفرغة هي النقطة حيث G هو مرجح (G_1,m_1) و (G,m_2) . عين موضع G_2.

ن

تصحيح

1) انظر الشكل 2) انظر الشكل



3)

العلاقة المرجحية تصبح :

$$m_1\overrightarrow{GG_1}+m_2.\overrightarrow{GG_2}=\vec{0}$$

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{\rho.V_1}{\rho.V_2}=\frac{\rho.\pi.R^2.e}{\rho.(4R)^2.e}=\frac{\pi}{16}$$

$$m_1=\frac{\pi}{16}.m_2 \Leftarrow$$

لان حجم الصفيحة المربعة $V=a^2.e$

وحجم القرص : $V=S.e=\pi.r^2.e$ مع

$$r=\frac{a}{4}$$

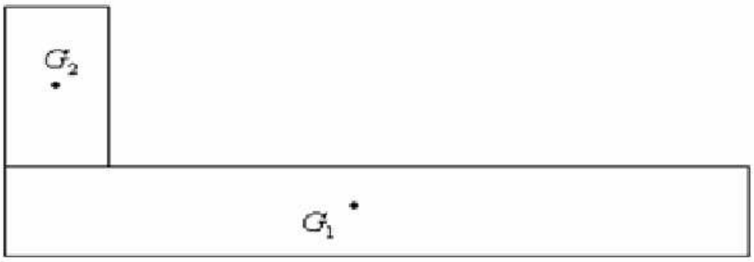
$$\frac{\pi}{16}m_2\overrightarrow{GG_1}+m_2.\overrightarrow{GG_2}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{GG_2}=-\frac{\pi}{16}.\overrightarrow{GG_1} \quad \Leftarrow \quad \frac{\pi}{16}m_2\overrightarrow{GG_1}=-m_2.\overrightarrow{GG_2}$$

$$x_{G_2}=-\frac{\pi}{16}.x_{G_1}=-\frac{\pi}{16}.1cm\approx-0,2cm$$

التمرين التاسع:

تتكون مزواة من متوازي الأوجه خشبي مركز قصوره G_1 وكتلته m_1 مثبت في صفيحة حديدية مستطيلة مركز قصورها G_2 وكتلتها m_2.
انظر الشكل.



أوجد موضع مركز قصور المجموعة بالنسبة للنقطة G_1.

نعطي : $m_1 = 200g$ ، $m_2 = 300g$ ؛ $G_1G_2 = 12cm$

تصحيح

العلاقة المرجحية :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\Sigma m_i \overrightarrow{OA_i}}{\Sigma m_i}$$

تكتب بالنسبة للمزواة كما يلي :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1 \overrightarrow{OG_1} + m_2 \overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}$$

باعتبار O منطبق مع G_1 تصبح :

$$\overrightarrow{G_1G} = \frac{m_2 . \overrightarrow{G_1G_2}}{(m_1 + m_2)} \Leftarrow \qquad \overrightarrow{G_1G}.(m_1 + m_2) = m_2 . \overrightarrow{G_1G_2}$$

النقطة G توجد على المستقيم الذي يربط G_1 و G_2 إذن :

$$G_1G = \frac{m_2 . G_1G_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{300.(12)}{500} = 7{,}2cm$$