

## الدوران تمارين و حلول

### تمرين 1

في مستوى موجه نعتبر مثلثا متساوي الساقين في  $A$  حيث  $[2\pi]$   $(\overline{AB}; \overline{AC}) = \frac{\pi}{2}$

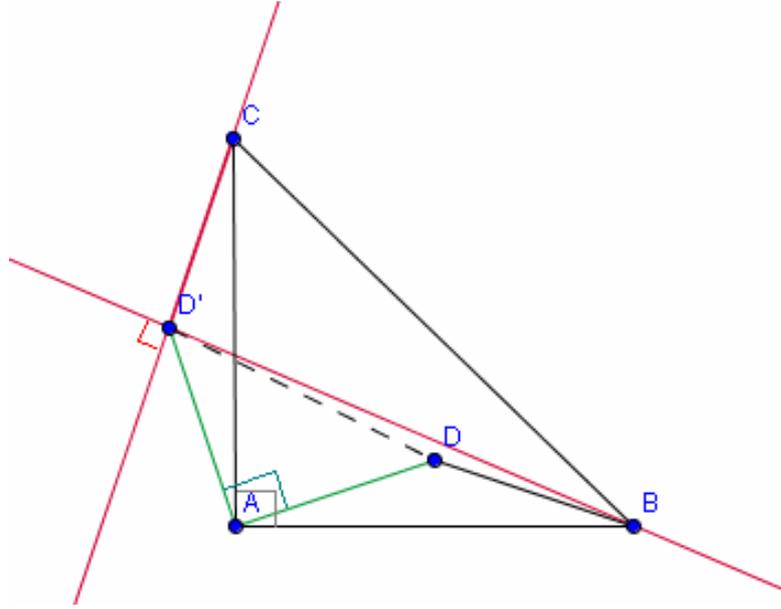
و  $D$  نقطة داخل المثلث  $ABC$  . ليكن  $r$  الدوران الذي مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ  $D'$  صورة  $D$  بالدوران  $r$

2- بين أن  $BD = CD'$  ;  $(BD) \perp (CD')$

الحل

1- ننشئ  $D'$  صورة  $D$  بالدوران  $r$



2- نبين أن  $BD = CD'$  ;  $(BD) \perp (CD')$

لدينا  $[2\pi]$   $(\overline{AB}; \overline{AC}) = \frac{\pi}{2}$  و  $ABC$  مثلث متساوي الساقين في  $A$  و منه  $r(B) = C$

و حيث  $r(D) = D'$  فان  $BD = CD'$  لأن الدوران يحافظ على المسافة

لدينا  $r(B) = C$  و  $r(D) = D'$  و زاوية الدوران هي  $\frac{\pi}{2}$  و منه  $[2\pi]$   $(\overline{BD}; \overline{CD'}) = \frac{\pi}{2}$

إذن  $(BD) \perp (CD')$

### تمرين 2

في مستوى موجه نعتبر مثلثا متساوي الساقين وقائم لزاوية في  $B$  حيث  $(\overline{BA}; \overline{BC})$  زاوية

غير مباشرة. لتكن  $O$  منتصف  $[AC]$  و  $E$  و  $F$  نقطتين حيث  $\overline{AE} = \frac{3}{4}\overline{AB}$  و  $\overline{BF} = \frac{3}{4}\overline{BC}$  .

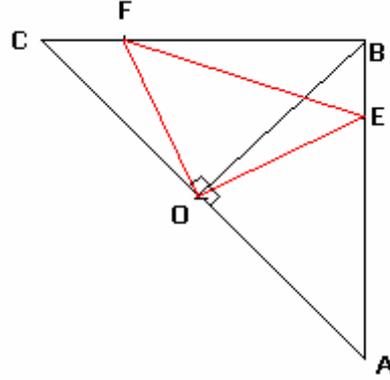
ليكن  $r$  الدوران الذي مركزه  $O$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$

1- أنشئ الشكل

2- حدد صورتَي  $A$  و  $B$  بالدوران  $r$

3- نضع  $r(E) = E'$  بين أن  $E' = F$  استنتج طبيعة المثلث  $OEF$

**الحل**  
1- الشكل



2- نحدد صورتَي  $A$  و  $B$  بالدوران  $r$

لدينا  $ABC$  مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في  $B$  و  $O$  منتصف  $[AC]$  ومنه  $(OB) \perp (AC)$

و  $OA = OB = OC$

لدينا  $[2\pi]$   $\left(\overline{OA}; \overline{OB}\right) \equiv \frac{\pi}{2}$  و  $OA = OB$  و منه  $r(A) = B$

لدينا  $[2\pi]$   $\left(\overline{OB}; \overline{OC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}$  و  $OC = OB$  و منه  $r(B) = C$

1- نبين أن  $E' = F$  نستنتج طبيعة المثلث  $OEF$

$r(E) = E'$  و  $r(A) = B$  و  $r(B) = C$  و  $\overline{AE} = \frac{3}{4}\overline{AB}$  و منه  $\overline{BE'} = \frac{3}{4}\overline{BC}$

وحيث  $\overline{BF} = \frac{3}{4}\overline{BC}$  فإن  $\overline{BF} = \overline{BE'}$  إذن  $E' = F$

ومنه  $r(E) = F$  و حيث  $r$  دوران زاويته  $\frac{\pi}{2}$  فإن  $OEF$  مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في  $O$

**تمرين 3**

في مستوى موجه نعتبر  $ABC$  مثلثا قائم الزاوية في  $A$  و  $[2\rho]$   $\left(\overline{BA}; \overline{BC}\right) \equiv \alpha$  و  $r$  الدوران الذي

مركزه  $B$  و زاويته  $\alpha$

1- أنشئ  $E$  و  $F$  حيث  $r(C) = F$  ;  $r(A) = E$

2- بين أن  $(EF) \perp (BC)$

3- لتكن  $\{I\} = (AC) \cap (EF)$  و  $r(I) = J$  و  $\{K\} = (AB) \cap (IJ)$

أ- بين أن النقط  $E$  و  $F$  و  $J$  مستقيمة

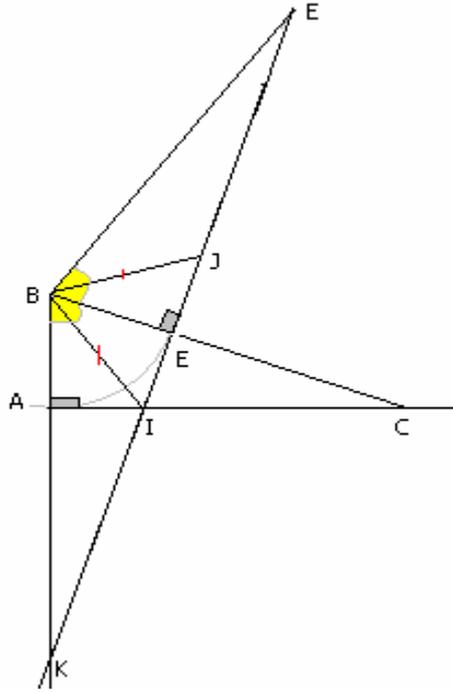
ب- بين أن  $E$  منتصف  $[IJ]$

4- لتكن  $\{K\} = (AB) \cap (IJ)$  .

بين أن  $r(K) = C$

**الحل**

1- ننشئ  $E$  و  $F$  حيث  $r(A) = E$  ;  $r(C) = F$



2- بين أن  $(EF) \perp (BC)$

بما أن  $r(B) = B$  و  $r(A) = E$  ;  $r(C) = F$  فإن  $(\overline{AB}; \overline{AC}) \equiv (\overline{EF}; \overline{EB})$

وحيث أن  $(\overline{AB}; \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}$  [2π] فإن  $(\overline{EF}; \overline{EB}) \equiv \frac{\pi}{2}$  [2π] ومنه  $(EF) \perp (EB)$

لدينا  $r(A) = E$  و  $r(B) = B$  ومنه  $(\overline{BA}; \overline{BE}) \equiv \alpha \equiv (\overline{BA}; \overline{BC})$  [2π] وبالتالي  $(BC) = (BE)$

إذن  $(EF) \perp (BC)$

3- أ- نبين أن النقط  $E$  و  $F$  و  $J$  مستقيمة

لدينا  $A$  و  $C$  و  $I$  مستقيمة و  $r(C) = F$  ;  $r(A) = E$  و  $r(I) = J$

ومنه النقط  $J$  و  $E$  و  $F$  مستقيمة

ب- نبين أن  $E$  منتصف  $[IJ]$

لدينا  $r(I) = J$  و منه  $BIJ$  مثلث متساوي الساقين في الرأس  $B$

وحيث أن  $(IJ) \perp (EB)$  لأن  $(IJ) = (EF)$  ومنه  $(EB)$  ارتفاع في المثلث  $BIJ$

و بالتالي  $(EB)$  متوسط للمثلث  $BIJ$  إذن  $E$  منتصف  $[IJ]$

4- نبين أن  $r(K) = C$

$(AB) \cap (IJ) = \{K\}$

لدينا  $(\overline{BK}; \overline{BC}) \equiv \alpha \equiv (\overline{BC}; \overline{BF})$  [2π] ومنه  $(BC)$  منتصف  $(\widehat{KBF})$  وحيث أن  $(EF) \perp (BC)$

فان المثلث  $KBF$  مثلث متساوي الساقين في الرأس  $B$  ومنه  $BF = BK$

وحيث أن  $r(C) = F$  فان  $BC = BF$  و بالتالي  $BC = BK$

إذن لدينا  $(\overline{BK}; \overline{BC}) \equiv \alpha$  [2π] و  $BC = BK$  ومنه  $r(K) = C$