

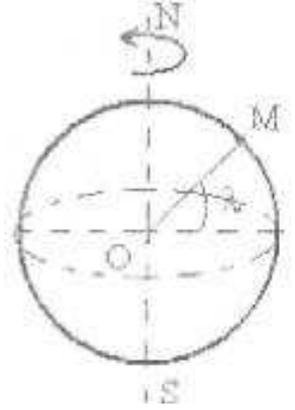
## تمارين حركة دوران جسم صلب غير قابل للتشويه حول محور ثابت

### تمرين 1:

- ينجز محرك سيارة 5000 دورة في الدقيقة .  
1- احسب السرعة الزاوية للقرص في النظام العالمي للوحدات .  
2- استنتج دور وتردد حركة دوران المحرك .  
ما هو عدد الدورات المنجزة خلال المدة  $\Delta t = 2 \text{mn}$  .

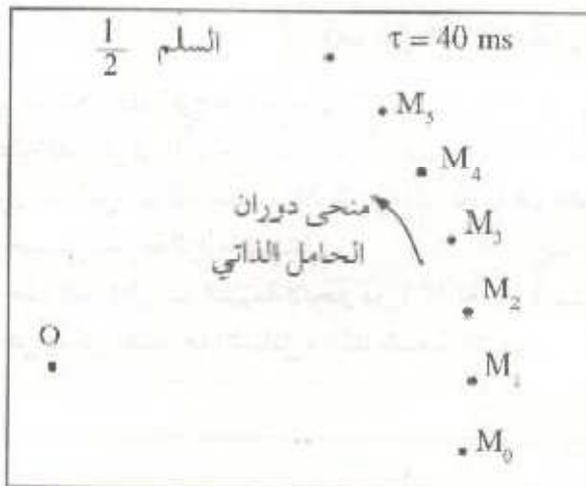
### تمرين 2:

تنجز الارض دورة كاملة حول المحور ( $\Delta$ ) المار من قطبيها خلال مدة زمنية T والتي توافق يوما فلكيا .



- 1- احسب السرعة الزاوية لدوران الأرض .  
2- اعط تعبير السرعة الخطية V لنقطة M توجد على سطح الأرض معلمة بخط العرض  $\lambda$  في المعلم المركزي الأرضي بدلالة  $\lambda$  و T و R .  
3- احسب السرعات الخطية  $V_1$  و  $V_2$  و  $V_3$  على التوالي للنقط التي توجد في خط الاستواء  $\lambda = 0^\circ$  و في الرباط  $\lambda = 34^\circ$  وفي باريس  $\lambda = 48^\circ$  .  
نعطي :  
• شعاع الأرض ، التي نعتبرها كرية الشكل  $R = 6380 \text{km}$  .  
• مدة يوم فلكي :  $T = 23 \text{h} 56 \text{min} 4 \text{s}$  .

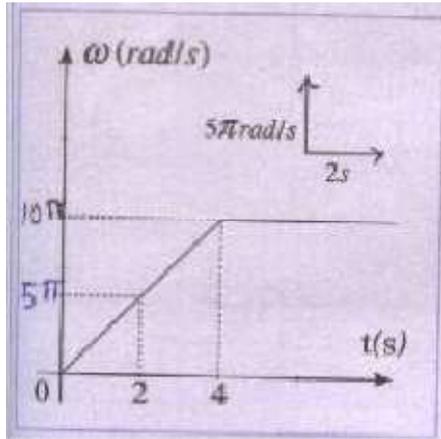
### تمرين 3:



تمثل الوثيقة جانبه التسجيل بالسلم  $\frac{1}{2}$  لمواضع نقطة M من حامل ذاتي في دوران حول محور ثابت .

- المدة الزمنية الفاصلة بين تسجيل نقطتين متتاليتين  $\tau=40\text{ms}$  .
- 1- بين أن الحامل الذاتي دورانية منتظمة .
  - 2- احسب السرعة للنقطة M في الموضعين  $M_2$  و  $M_4$  ومثل المتجهين  $V_2$  و  $V_4$  بالسلم :  $1\text{cm} \rightarrow 0,25\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
  - 3- حدد السرعة الزاوية  $\omega$  للحامل الذاتي .
  - 4- أكتب المعادلة الزمنية لحركة النقطة M بدلالة الأفضول الزاوي  $\theta(t)$  ، باعتبار لحظة مرور المتحرك M من الموضع  $M_0$  أصلا للتواريخ ، وباختيار المستقيم المار من النقطتين 0 و  $M_1$  أصلا للأفاصيل الزاوية .
  - 5- استنتج المعادلة الزمنية لحركة النقطة M بدلالة الأفضول المنحني .

#### تمرين 4:

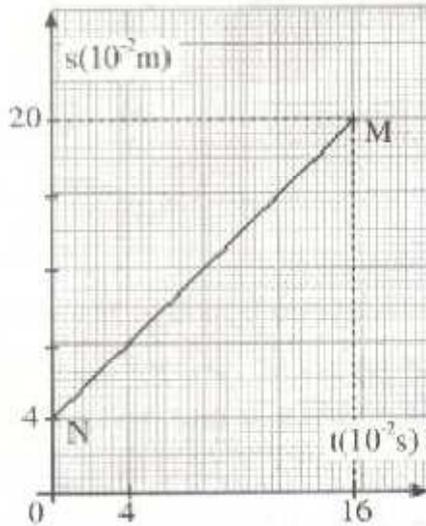


يمثل الشكل جانبه تغيرات السرعة الزاوية  $\omega$  بدلالة الزمن  $t$  لقرص (S) في دوران حول

محور تماثله ( $\Delta$ ) .

- 1- عين السرعة الزاوية للقرص عند اللحظة  $t_1=2\text{s}$  .
- 2- عين ، معللا جوابك ، اللحظة التي تصبح عندها حركة القرص دورانية منتظمة .
- 3- اكتب المعادلة الزمنية  $\theta = f(t)$  لحركة القرص خلال حركة دورانه المنتظم .
- 4- نختار اللحظة  $t_2$  ، بداية الحركة المنتظمة أصلا للتواريخ حيث الأفضول الزاوي للقرص  $20\pi\text{rad}$  .
- 4- احسب عدد الدورات التي أنجزها القرص خلال المجال الزمني  $[4\text{s}, 8\text{s}]$  .

#### تمرين 5:



يمثل المنحنى جانبه ،

تغيرات الأفضول المنحني  $s(t)$  بدلالة الزمن لحركة نقطة A

من جسم صلب (S) غير

قابل للتشويه في دوران حول محور ثابت ( $\Delta$ ) .

تبعد النقطة A عن محور

الدوران بالمسافة  $d=10\text{cm}$  .

1- اكتب معادلة المنحنى

$s=f(t)$  .

2- ما طبيعة حركة النقطة

A استنتج طبيعة حركة

الجسم (S) .

3- حدد سرعة النقطة A .

4- استنتج السرعة الزاوية لحركة الجسم (S)، والأفضول الزاوي عند أصل التواريخ

5- احسب دور وتردد حركة الجسم (S) .

**تمرين 6:**

- المعادلة الزمنية لحركة النقطة A من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي :
- $$\theta(t) = 30t + 0,2 \text{ rad}$$
- 1- ما طبيعة حركة النقطة A ؟ علل جوابك .
  - 2- حدد قيمتي الأفصول الزاوي للنقطة A عند  $t=0$  وسرعتها الزاوية .
  - 3- ما هي زاوية الدوران للنقطة A بين اللحظتين  $t_1=0$  و  $t_2=1\text{min}$  استنتج عدد الدورات المنجزة خلال هذه المدة .
  - 4- أوجد تعبير الأفصول المنحني  $s(t)$  للنقطة A علما أن قطر المسار الدائري للنقطة A هو 40cm .
  - 5- استنتج المسافة التي قطعها النقطة A بين اللحظتين  $t_3=0,1\text{s}$  و  $t_4=0,2\text{s}$  .

## تصحيح تمارين حركة الدوران حول محور ثابت

### تمرين 1:

1- السرعة الزاوية يعبر عنها بالعلاقة :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

مع  $\Delta\theta = 2\pi n$  حيث  $\Delta\theta$  تمثل زاوية الدوران ب rad و n عدد الدورات التي دار بها المحرك خلال المدة  $\Delta t$ .

ت.ع:  $\Delta\theta = 2\pi \times 5000$  و  $\Delta t = 1 \text{ mn} = 60 \text{ s}$

$$\omega = \frac{2\pi n}{\Delta t} = \frac{10\,000\pi}{60} = 523,6 \text{ rad.s}^{-1}$$

2- خلال الدوران المنتظم يكون الدور T هو المدة الزمنية التي تنجز فيها نقطة من المحرك دورة كاملة .

نكتب :  $\Delta\theta = 2\pi$  و  $\Delta t = T$  والسرعة الزاوية تكتب :  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  أي :  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

ت.ع:  $T = \frac{2\pi}{523,6} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

3- عدد الدورات المنجزة خلال المدة 2mn :

• الطريقة الأولى:

بما ان المحرك ينجز 5000 دورة في الدقيقة فخلال دقيقتين ينجز 10 000 دورة .

• الطريقة الثانية :

يمكن استعمال العلاقة :

$$\omega = \frac{2\pi n}{\Delta t} \quad \text{نستنتج } n \text{ نجد } n = \frac{\omega \Delta t}{2\pi}$$

$$\frac{523,6 \times 2 \times 60}{2\pi} = 10^4 \text{ tr}$$

### تمرين 2:

1- السرعة الزاوية للأرض :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{23 \times 3600 + 56 \times 60 + 4}$$

$$= 7,30 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$$

2- باعتبار الأرض كروية الشكل فكل نقطة M تسلك مسارا دائريا شعاعه  $R_M$  أثناء دوران الأرض حيث :  $R_M = R \cos \lambda$

يصبح تعبير السرعة الخطية :

$$V = R_M \cdot \omega = R \cdot \cos \lambda \cdot \omega$$

3- حساب السرعات الخطية :

• في خط الاستواء :

$$V_1 = R \cos 0 \cdot \omega = R \omega$$

$$= 6380 \cdot 10^3 \times 7,3 \cdot 10^{-5} = 465,7 \text{ m.s}^{-1}$$

• في الرباط :

$$V_2 = R \cos(34^\circ) \cdot \omega = 6380 \cdot 10^3 \times \cos(34^\circ) \times 7,3 \cdot 10^{-5} = 368 \text{ m.s}^{-1}$$

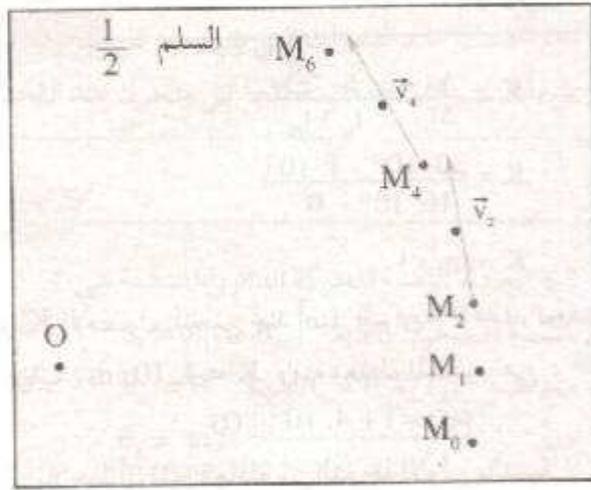
• في باريس :

$$\times 7,3 \cdot 10^{-5} = 311,6 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V_3 = 6380 \cdot 10^3 \times \cos(48^\circ)$$

### تمرين 3:

1- بما أن الحامل الذاتي يدور حول محور ثابت والمسافات المقطوعة على التوالي من طرف النقطة M خلال نفس المدة الزمنية  $\tau$  متقايسة فإن حركة الحامل دورانية منتظمة .  
ملحوظة : بنفس التعليل نستنتج أن حركة M دائرية منتظمة .



2- حساب السرعة اللحظية عند الموضع  $M_i$  تعطى بالعلاقة :

$$V_i = \frac{\widehat{M_{i-1}M_{i+1}}}{2\tau}$$

• في الموضع  $M_2$  :

$$= \frac{1,9 \cdot 10^{-2} \times 2}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 0,48 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V_2 = \frac{\widehat{M_1M_3}}{2\tau}$$

• في الموضع  $M_4$  :

$$\frac{\widehat{M_3M_5}}{2\tau} = \frac{1,9 \cdot 10^{-2} \times 2}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 0,48 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V_4 =$$

باستعمال السلم 1cm يمثل  $0,25 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  فإن كل من المتجهتين  $\vec{V}_2$  و  $\vec{V}_4$  نمثلهما بسهم طوله 1,9cm . انظر التمثيل في الشكل جانبه.

3- يمكن تحديد السرعة الزاوية باستعمال الطريقة الأولى :

نستعمل العلاقة التالية :  $\omega = \frac{V}{R}$  من المبيان نحدد R نجد  $R = 5,5 \times 2 = 11 \text{cm}$

$$= 0,11 \text{m}$$

$$\text{ت.ع:} =$$

$$\frac{0,48}{0,11} =$$

$$4,36 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega$$

• الطريقة

الثانية :

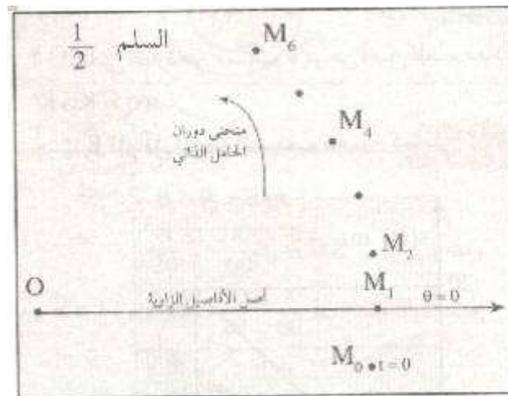
السرعة

الزاوية

اللحظية

يعبر عنها

كالتالي :



$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau} \quad \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

نستعمل المنقلة لقياس الزاوية  $\Delta\theta = (\overrightarrow{OM_{i-1}}, \overrightarrow{OM_{i+1}})$  نجد  $20^\circ$  نحول الى rad  
 $\Delta\theta = \frac{20^\circ \times \pi}{180^\circ} = 0,35\text{rad}$  نستنتج  $\omega$ :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{0,35}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 4,4 \text{rad.s}^{-1}$$

4- المعادلة الزمنية لحركة النقطة M .

المعادلة الزمنية لحركة دائرية منتظمة بدلالة الأضلاع الزاوي تكتب :

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

حيث:  $\omega = 4,4 \text{rad.s}^{-1}$  السرعة الزاوية للحامل .

و  $\theta_0$  الأضلاع الزاوي عند أصل التواريخ ، باستعمال الشروط البدئية و المنقلة

نستنتج من التسجيل :

$$\theta_0 = -10^\circ = -\frac{10^\circ \times \pi}{180^\circ} = -1,7 \text{rad}$$

المعادلة الزمنية تكتب :

$$\theta(t) = 4,4t - 1,7 \quad \text{حيث } \theta \text{ ب (rad) و } t \text{ ب (s)}$$

5- لاجاد المعادلة الزمنية باستعمال الأضلاع المنحني نستعمل العلاقة التالية :

$$R = 0,11 \text{m} \quad \text{مع } s(t) = R \cdot \theta(t)$$

$$s(t) = R\omega t + R\theta_0$$

$$s(t) = 0,48t - 0,19 \quad \text{حيث } s \text{ ب (m) و } t \text{ ب (s)}$$

## تمرين 4:

1- ميبانيا نجد عند اللحظة  $t_1 = 2\text{s}$  السرعة الزاوية :

$$\omega = 5\pi \text{rad.s}^{-1} = 15,7 \text{rad.s}^{-1}$$

2- حسب المنحنى نلاحظ أن السرعة الزاوية  $\omega$  للقرص تتناسب اطرادا مع الزمن t خلال

المجال  $[0,4\text{s}]$ , ابتداء من اللحظة

4s تبقى السرعة الزاوية ثابتة وهي اللحظة التي تكون فيها حركة القرص دورانية

منتظمة .

3- المعادلة الزمنية لحركة الدوران المنتظم تكتب :

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

$$\omega = 10\pi = 31,4 \text{rad.s}^{-1} \quad \text{حسب المبيان}$$

$$\theta_0 = 20\pi = 62,8 \text{rad} \quad \text{الأضلاع الزاوي عند أصل التواريخ .}$$

4- ليكن n عدد الدورات التي ينجزها القرص خلال المدة  $\Delta t = 8 - 4 = 4\text{s}$  حيث :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi n}{\Delta t}$$

$$n = \frac{\omega \cdot \Delta t}{2\pi} = \frac{31,4 \times 4}{2\pi} = 20$$

يدور القرص 20 دورة خلال المدة  $\Delta t$  .

## تمرين 5:

1- المنحنى عبارة عن مستقيم لا يمر من أصل المعلم معادلته تكتب :  $s(t) = at + b$

حيث a المعامل الموجه للمستقيم  $a = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

نأخذ النقط التالية يمر منها المنحنى:

$s(10^{-2}\text{m})$	4	20
----------------------	---	----

$t(10^{-2}s)$	0	16
---------------	---	----

$$a = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{(20-4) \cdot 10^{-2}}{(16-0) \cdot 10^{-2}} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b هو الأفصول المنحني عند أصل التواريخ  $t=0$  نحدده مبيانيا وهو أرتوب تقاطع المنحني مع محور الأراتيب نجد :  $b=4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$   
معادلة المنحني تكتب :

$$S(t) = t + 4 \cdot 10^{-2} \quad (1)$$

2- معدلة الأفصول المنحني  $s(t)$  من الدرجة الاولى بالنسبة للزمن وهي تميز حركة الدوران المنتظم .  
 ▪ اذن حركة النقطة A دائرية منتظمة .  
 ▪ حركة الجسم (S) دوران منتظم .

3- المعادلة الزمنية للأفصول المنحني لحركة الدوران المنتظم تكتب :  $s(t) = Vt + s_0$  (2)

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نجد  $V = a = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ,

4- السرعة الزاوية للدوران الجسم تساوي السرعة الزاوية للنقطة A .  
 نكتب :  $V = R \cdot \omega$  أي  $\omega = \frac{V}{R} = \frac{V}{d}$  : ت.ع.  $\omega = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$   
 الأفصول الزاوي عند  $t=0$  :  
 نكتب :  $s_0 = R\theta_0$  أي  $\theta_0 = \frac{s_0}{R} = \frac{s_0}{d}$  : ت.ع.  $\theta_0 = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{0,1} = 0,4 \text{ rad}$

5- حركة الدوران المنتظم تتميز بالدور وهو المدة الزمنية التي ينجز فيها الجسم دورة كاملة .

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,63 \text{ s} \quad \text{ت.ع.} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ أي } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

تردد الحركة  $f$  يكتب :

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ت.ع.} \quad f = \frac{1}{0,63} = 1,6 \text{ Hz}$$

## تمرين 6:

1- بما أن المعادلة الزمنية للأفصول الزاوي  $\theta(t)$  عبارة عن معادلة من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن وهي تميز حركة الدوران المنتظم ، اذن حركة النقطة A دائرية منتظمة .

2- بالنسبة للدوران المنتظم معادلة الأفصول الزاوي تكتب :

$\theta$

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

بالمقارنة مع معادلة الزمنية لحركة النقطة A :  $30t + 0,2$   
 السرعة الزاوية  $\omega = 30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$   
 الأفصول الزاوي عند اللحظة  $t=0$  :  $\theta_0 = 0,2 \text{ rad}$

3- تحديد زاوية الدوران  $\Delta\theta$  خلال المدة  $\Delta t$  :

لدينا :  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$  أي  $\Delta\theta = \omega \Delta t = \omega(t_2 - t_1)$  : ت.ع.  $(60-0) = 1800 \text{ rad}$   
 $\Delta\theta = 30 \times$   
 ليكن عدد الدورات المنجزة حيث :  
 لدينا  $\Delta\theta = 2\pi \cdot n$  أي  $n = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{1800}{2\pi} = 286,5 \text{ tr}$

-4 تغيير الأضول المنحني :

العلاقة بين الأضول المنحني والزواي هي :  $s=R\theta$  مع :  $R=\frac{D}{2}=20\text{cm}$   
 $s(t) = 30Rt+0,2R$   
 $s(t) = 30 \times 0,2t + 0,2 \times 0,2$   
 تعبير الأضول الزواي :

مع  $s$  ب (m) و  $s(t) = 6t + 4.10^{-2}$

t ب (s)

-5 ليكن  $d$  المسافة المقطوعة من طرف النقطة A بين  $t_3$  و  $t_4$  :

• الطريقة الأولى :

باستعمال السرعة الخطية :  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$  أي :  $s = V\Delta t = V(t_4 - t_3) = 6(0,2 - 0,1)$

$d = \Delta(0,1) = 0,6\text{m}$

• الطريقة الثانية :

باستعمال الأضول المنحني :  $s(t) = 6t + 4.10^{-2}$

عند  $t_3$  يكون الأضول المنحني :  $s(t_3) = 6t_3 + 4.10^{-2}$

عند  $t_4$  يكون الأضول المنحني :  $s(t_4) = 6t_4 + 4.10^{-2}$

خلال المدة  $\Delta t = t_4 - t_3$  يتغير الأضول المنحني ب :

$d = \Delta s = s(t_4) - s(t_3) = 6t_4 - 6t_3 = 6(t_4 - t_3) = 6(0,2 - 0,1) = 0,6\text{m}$