تمارين حركة الدوران

تمرين 1

يدور قرص قطره $d = 18\ cm$ حول محور تماثله، بحيث ينجز 30 دورة في الدقيقة.

1) أحسب سرعته الزاوية بالوحدة $rad.s^{-1}$.
2) استنتج تردد و دور حركته.
3) أحسب سرعة نقطة من محيط القرص.
4) أحسب المسافة التي تقطعها هذه النقطة بعد 10 دورات.

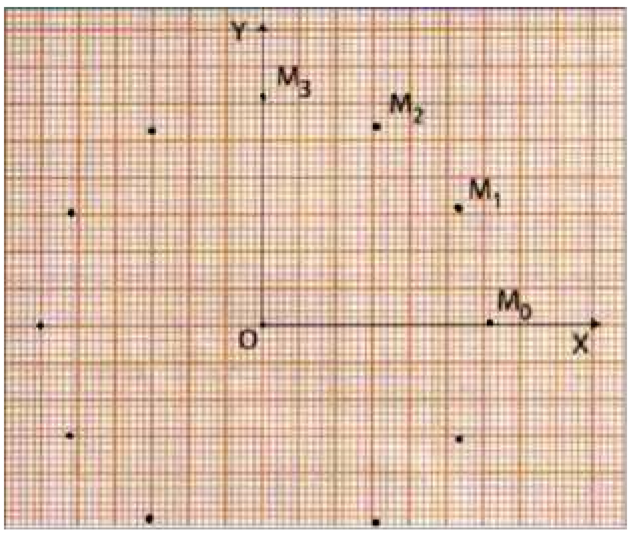
تمرين 2

المعادلة الزمنية لحركة نقطة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي:

$s(t) = 0,70t + 0,03$ مع s بالمتر و t بالثانية

1) حدد طبيعة الحركة معللا جوابك.
2) حدد السرعة الخطية للنقطة M.
3) أحسب المسافة التي قطعتها في اللحظة $t = 10\ s$.
4) أكتب المعادلة الزمنية $\theta(t)$ علما أنها تبعد عن محور الدوران بالمسافة $15\ cm$.

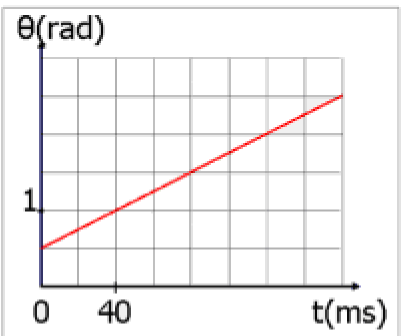
تمرين 3



يمثل التسجيل جانبه بالسلم الحقيقي مواضع نقطة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت، خلال مدد متتالية و متساوية قيمتها $\tau = 40\ ms$.

1) أحسب قيم سرعة M في المواضع M_2 و M_4 و M_6 ثم مثل متجهة السرعة في هذه المواضع.
2) ما طبيعة حركة M؟ علل جوابك.
3) أحسب سرعتها الزاوية.
4) أكتب التعبير العددي للمعادلتين الزمنيتين $s(t)$ و $\theta(t)$ باعتبار M_0 أصلا للأفاصيل المنحنية و الزاوية، و تاريخ لحظة مرور M من الموضع M_1 أصلا للتواريخ.

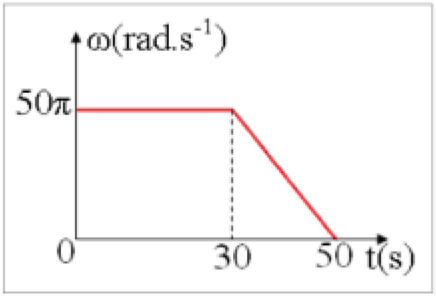
تمرين 4



يمثل المبيان جانبه تغيرات الأفصول الزاوي بدلالة الزمن لنقطة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت.

1) باستغلال المبيان:
   - حدد طبيعة حركة الجسم.
   - حدد سرعته الزاوية.
   - أكتب المعادلة الزمنية $\theta(t)$.
2) تقع النقطة M على بعد $10\ cm$ من محور الدوران. أحسب:
   - سرعتها الخطية.
   - أكتب المعادلة الزمنية $s(t)$ لحركتها.

تمرين 5



يمثل المبيان جانبه تغيرات السرعة الزاوية بدلالة الزمن لجسم صلب في دوران حول محور ثابت.

1) صف مرحلتي الحركة.
2) حدد السرعة الزاوية في المرحلة الأولى من الحركة.
3) أحسب عدد الدورات خلال هذه المرحلة.

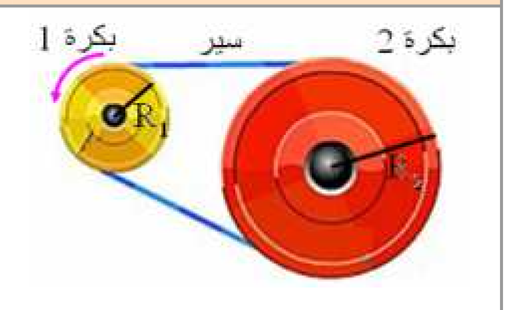
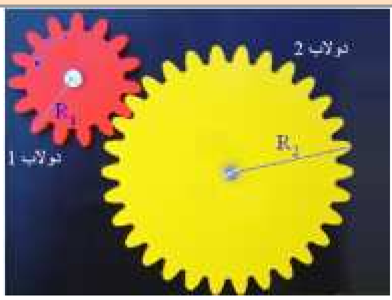
تمرين 6

لعقارب الساعة حركة دوران منتظم حول محور ثابت.

1) أحسب السرعة الزاوية لكل من عقرب الدقائق و عقرب الساعات.
2) عند الساعة الثانية عشر التي نعتبرها أصلا للتواريخ تتراكب العقربان.
في أي لحظة تتراكب العقربان من جديد و لأول مرة.

تمرين 7

من بين أنظمة نقل الحركة النظامان الممثلان في الشكلين التاليين:

نظام 1: نقل الحركة بواسطة سير	نظام 2: نقل الحركة بواسطة تروس
	

1) نعتبر النظام 1 حيث نفترض أن السير لا ينزلق على مجرى البكرتين.
1.1- حدد منحى دوران البكرة الثانية.
1.2- أوجد العلاقة بين سرعتيهما الزاويتين ω_1 و ω_2.
1.3- تدور البكرة الأولى بانتظام بتردد $N_1 = 1\ Hz$ ، ما قيمة تردد البكرة الثانية؟ نعطي: $R_2 = 2R_1$
2) نعتبر النظام 2 حيث نفترض أن الدولابين يدوران بدون انزلاق.
2.1- حدد منحى دوران الدولاب الثاني.
2.2- أثبت العلاقة التالية: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_2}{n_1}$ بين سرعتيهما الزاويتين ω_1 و ω_2 و عددي أسنان الدولابين n_1 و n_2 .

حلول تمارين حركة الدوران

التمرين 1

1- السرعة الزاوية بالوحدة $rad.s^{-1}$

$\omega = 30\times\frac{2\pi}{60} \leftarrow \omega=\pi \approx 3,14\ rad\ s^{-1}$

2- التردد و الدور

ـ التردد: $N=\frac{\omega}{2\pi}$ ت.ع $N=0,5\ Hz$

ـ الدور: $T=\frac{1}{N}$ ت.ع $T=2\ s$

3- سرعة نقطة من محيط القرص

$v=R\omega$ مع $R=\frac{d}{2}$ ت.ع $v=0,28\ m\ s^{-1}$

4- المسافة التي تقطعها هذه النقطة بعد عشر دورات

$\Delta s = R\cdot\Delta\theta$ مع $\Delta\theta=2\pi n$ ت.ع $\Delta s=5,65\ m$

طريقة أخرى: $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$ مع $\Delta t=10T$ (10 دورات)

$\leftarrow \Delta s=10vT$

التمرين 2

1- طبيعة حركة الجسم:

المعادلة الزمنية s(t) دالة تآلفية، نستنتج أن حركة الجسم دوران منتظم.

2- السرعة الخطية للنقطة M:

تعبيرها هو: $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$ و قيمتها حسب المعادلة s(t) هي: $v=0,70\ m.s^{-1}$

3- المسافة التي قطعها M عند اللحظة t=10 s:

نعوض t بقيمتها في المعادلة الزمنية s(t): $s=0,70\times10+0,03$

$\leftarrow s=7,03\ m$

4- المعادلة الزمنية θ(t):

باعتبار العلاقة بين الأفصولين الزاوي و المنحني: s=Rθ أي $\theta=\frac{s}{R}$

مع R=15 cm=0,15 m. فإن معادلة الأفصول الزاوي هي: θ=4,7t+0,2 (rad)

التمرين 3

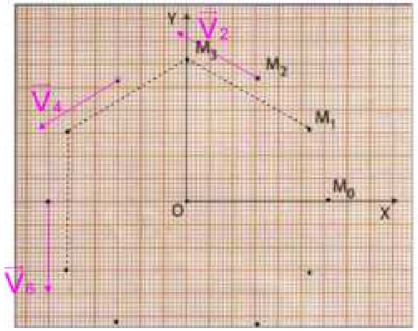
1- • قيم سرعة M في المواضع M_2 و M_4 و M_6:

تعبير السرعة اللحظية في موضع M_i هي حسب علاقة التأطير: $v_i \approx \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$

ت.ع

الموضع	M_2	M_4	M_6
السرعة $v_i(m.s^{-1})$	0,4	0,4	0,4

• تمثيل متجهات السرعة في نفس المواضع:



نختار سلما مناسبا، مثلا:

1 cm تمثل $0,2\ m.s^{-1}$

ثم نمثل متجهة السرعة في كل من المواضع الثلاث باعتبار المميزات التالية:

ـ الاتجاه: المماس في الموضع المدروس

(عمليا نعتبره موازيا للوتر المار من الموضعين المؤطرين)

ـ المنحى: منحى الحركة.

2- طبيعة حركة M:

مسار M دائري و قيمة سرعتها ثابتة، إذن حركتها دائرية و منتظمة.

3- سرعتها الزاوية:

باعتبار العلاقة بين السرعتين الخطية و الزاوية $v=R\omega$ فإن: $\omega=\frac{v}{R}$

ت.ع على التسجيل نقيس الشعاع فنجد: R=3,1 cm

نستنتج: $\omega=\frac{0,4}{3,1\times10^{-2}}$ أي: $\omega=12,9\ rad\ s^{-1}$

4- المعادلتان الزمنيتان s(t) و θ(t):

باعتبار الدوران منتظما فإن:
$$\begin{cases} s(t)=vt+s_0 \\ \theta(t)=\omega t+\theta_0 \end{cases}$$

ت.ع باعتبار الشروط البدئية المشار إليها في السؤال لدينا:

$s_0=\overset{\frown}{M_0M_1}\approx 1,6cm=0,016m$ و $\theta_0=\frac{s_0}{R}=\frac{0,016}{0,031}\approx 0,5\ rad$ (نقيس $\overset{\frown}{M_0M_1}$)

التمرين 4

1- أ- طبيعة الحركة:

حسب المبيان، θ(t) دالة زمنية تآلفية نستنتج أن حركة الجسم دوران منتظم.

ب- السرعة الزاوية:

المعادلة الزمنية للحركة هي على الشكل التالي: $\theta(t)=\omega t+\theta_0$ و هي أيضا معادلة المستقيم. نستنتج أن قيمة السرعة الزاوية ω تساوي مبيانيا ميل المستقيم:

$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\theta_2-\theta_1}{t_2-t_1}$$

نعتبر نقطتين من المستقيم، نجد:

$$\omega=\frac{(2,5-1)(rad)}{(160-40)\times10^{-3}(s)}$$

$\leftarrow$ $\omega=12,5\ rad.s^{-1}$

ت- المعادلة الزمنية $\theta(t)$:

مبيانيا قيمة الأفصول الزاوي عند أصل التواريخ تساوي الأرتوب عند الأصل: $\theta_0=0,5\ rad$

و بالتالي التعبير العددي للمعادلة الزمنية للحركة هو: $\theta(t)=12,5t+0,5$

2- أ- السرعة الخطية:

باعتبار العلاقة بين السرعتين الخطية و الزاوية، السرعة الخطية هي: $v=R\,\omega$

ت.ع. المسافة بين M و محور الدوران تحدد شعاع المسار الدائري للنقطة M:

R=10 cm=0,10m

إذن: $v=0,10\times12,5$ $\leftarrow$ $v=1,25\ m.s^{-1}$

ب- المعادلة الزمنية s(t):

باعتبار الدوران منتظما فإن: $s(t)=vt+s_0$ مع $s_0=R\cdot\theta_0$

ت.ع. $s_0=0,10\times0,5=0,05\ m$

$\leftarrow$ $s(t)=1,25t+0,05$

التمرين 5

1- وصف الحركة:

يبرز المبيان أن حركة الدوران تتم على مرحلتين :

- المرحلة الأولى: بين اللحظتين t=0 و t=30 s تبقى السرعة الزاوية ثابتة مع الزمن، ما يعني أن الدوران منتظم خلال هذه المرحلة.
- المرحلة الثانية: بين اللحظتين t=30 s و t=50 s تتناقص السرعة الزاوية خطيا مع الزمن إلى أن تنعدم(يتوقف الجسم عن الدوران)، في هذه الحالة نقول أن الدوران متباطئ بانتظام.

2- السرعة الزاوية في المرحلة الأولى:

على المخطط θ=f(t) نقرأ القيمة: $\omega=50\pi\ rad.s^{-1}$ أي: $\omega\approx157,1\ rad.s^{-1}$

3- عدد الدورات خلال المرحلة الأولى:

بما أن الدوران منتظم خلال هذه المرحلة، فإن السرعة الزاوية في كل لحظة تساوي السرعة الزاوية المتوسطة: $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ نستنتج زاوية الدوران خلال المدة Δt لهذه المرحلة: $\Delta\theta=\omega\cdot\Delta t$

ثم باعتبار العلاقة بين عدد الدورات n و زاوية الدوران: $\Delta\theta=2\pi n$

نستنتج عدد الدورات: $n=\frac{\omega\cdot\Delta t}{2\pi}$ ت.ع. $n=\frac{50\pi\times30}{2\pi}$ $\leftarrow$ $n=750\ tr$

☜ ينجز الجسم 750 دورة في المرحلة الأولى.

التمرين 6

1- السرعة الزاوية لعقارب الساعة:

تدور عقارب الساعة بانتظام، سرعتها الزاوية ثابتة و تحقق العلاقة: $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

و باعتبار دورة واحدة: $\omega=\frac{2\pi}{T}$ حيث T مدة دورة واحدة (أي الدور).

ت.ع.

عقرب الدقائق	عقرب الساعات
ينجز عقرب الدقائق دورة واحدة خلال ساعة واحدة:	ينجز عقرب الساعات دورة واحدة خلال 12 ساعة:
$\leftarrow$ $T_1=3600\ s$	$\leftarrow$ $T_2=12\text{x}3600\ s$
$\leftarrow$ $\omega_1=\frac{2\pi}{3600}$	$\leftarrow$ $\omega_2=\frac{2\pi}{12\times3600}$
$\omega_1\approx1,75.10^{-3}\ rad.s^{-1}$	$\omega_1\approx1,45.10^{-4}\ rad.s^{-1}$

2- لحظة التراكب الأول لعقارب الساعة بعد الساعة 12 h:

المعادلتان الزمنيتان لحركتي عقربي الساعة هما: $\begin{cases}\theta_1=\omega_1 t+\theta_{01}\\ \theta_2=\omega_2 t+\theta_{02}\end{cases}$

باختيار موضع العقربين عند t=0 (الساعة 12 h) أصلا للأفاصيل الزاوية، فإن: $\theta_{01}=\theta_{02}=0$

و بالتالي: $\begin{cases}\theta_1=\omega_1 t\\ \theta_2=\omega_2 t\end{cases}$

عند تلاقي (تراكب) العقربين تتحقق المعادلة التالية: $\theta_1=\theta_2+2k\pi$

مع k عدد صحيح طبيعي (موجب) لأن $\theta_1>\theta_2$ باعتبار عقرب الدقائق أسرع من عقرب الساعات ($\omega_1>\omega_2$).

عند التلاقي الأول (k=1): $\omega_1 t=\omega_2 t+2\pi$

تراكب العقربين عند t=0

نستنتج تاريخ لحظة التراكب الأول: $t=\frac{2\pi}{\omega_1-\omega_2}$

ت.ع: $t=\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3600}-\frac{2\pi}{12\times3600}}=\frac{3600}{1-\frac{1}{12}}=\frac{3600\times12}{11}$

← $t\approx 3927,3\ s=1h05\min 27s$

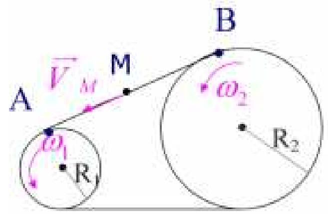
التراكب الأول

التمرين 7

1- دراسة النظام 1:

أ- مقارنة منحيي دوران البكرتين:

البكرتان تدوران في نفس المنحى.



ب- العلاقة بين سرعتيهما الزاويتين:

باعتبار السير لا ينزلق على مجرى البكرتين، فإن للنقط A و M و B نفس السرعة الخطية: $v_A=v_M=v_B$

A نقطة من مجرى البكرة 1 إذن: $v_A=R_1\cdot\omega_1$

و B نقطة من مجرى البكرة 2 إذن: $v_B=R_2\cdot\omega_2$

نستنتج المتساوية: $R_1\cdot\omega_1=R_2\cdot\omega_2$

و منها العلاقة: $\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{R_1}{R_2}$

ت- تردد دوران البكرة 2:

ليكن N_1 و N_2 ترددي البكرتين 1 و 2. باعتبار العلاقة بين السرعة الزاوية و التردد: $\omega=2\pi N$، نستنتج من العلاقة السابقة العلاقة التالية: $\frac{N_2}{N_1}=\frac{R_1}{R_2}$

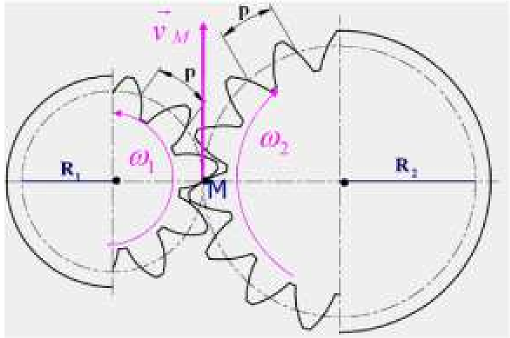
و بالتالي: $N_2=N_1\cdot\frac{R_1}{R_2}$ ت.ع $N_2=1(Hz)\times\frac{1}{2}$ ← $N_2=0,5\ Hz$

نلاحظ أن البكرة الأصغر هي الأسرع.

2- دراسة النظام 2:

أ- مقارنة منحيي دوران الدولابين:

الدولابان يدوران في منحيين متعاكسين.



ب- العلاقة بين السرعتين الزاويتين:

نعتبر نقطة M من مساحة التماس بين الدولابين.

سرعتها الخطية تحقق العلاقتين التاليتين: $v_M=R_1\cdot\omega_1$ و $v_M=R_2\cdot\omega_2$

(M تنتمي في نفس الآن لمحيط كل من الدولابين).

نستنتج علاقة مماثلة للنظام 1: $\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{R_1}{R_2}$ (1)

من جهة أخرى، تحقق p، المسافة بين سنين متتاليتين أو خطوة الأسنان، العلاقة التالية:

$$p=\frac{2\pi R}{n}$$

و باعتبار أن للدولابين نفس خطوة الأسنان (شرط التشابك) نستنتج المتساوية التالية:

$$\frac{2\pi R_1}{n_1}=\frac{2\pi R_2}{n_2}$$

أي: $\frac{R_1}{R_2}=\frac{n_1}{n_2}$ (2)

من العلاقتين (1) و (2) نتوصل إلى العلاقة المطلوبة: $\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{n_1}{n_2}$