ROYAUME DU MAROC
---*---
MINISTERE DE L'EQUIPEMENT
ET DES TRANSPORTS
---*---
INSTITUT SUPERIEUR
D'ETUDES MARITIMES

……Juillet 2009

Concours d'accès
En $1^{ère}$ année du cycle normal de l'Institut Supérieur d'Etudes Maritimes au titre de l'année académique 2009/2010

Epreuve : Mathématiques
Durée : 2 Heures

Exercice 1

1- Déterminer les nombres complexes Z_1et Z_2 tels que :
$(Z^2\text{-}4Z+5) + i\,(Z+1) = (Z - Z_1)\,(Z - Z_2)$ et $|Z_1| < |Z_2|$

2- Résoudre dans le corps des complexes l'équation suivante :
$(Z^2 - 4Z + 5)^2 + (Z+1)^2 = 0$

3- déterminez les réels A, B, C et D tels que :
$\forall\ x \in R\ (x^2 - 4x + 5)^2 + (x + 1)^2 = (x^2 + Ax + B)\,(x^2+Cx+D)$ avec $C<A<B<D$

Exercice 2

Soient les fonctions suivantes : $g\,(x) = x^2 + x + 1$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

4- Déterminer le domaine de définition de f x g
5- Trouver les solutions de g(x) x f(x) = 0 dans R
6- Déterminer les racines complexes de g(x)

Exercice 3

Soit f une solution définie sur l'intervalle $[-a,+a]$, à valeurs dans R

7- Si f est impaire, calculer $\int_{-a}^{+a} f(t)\,dt$

8- Si f est paire, calculer $\int_{-a}^{+a} f(t)\,dt$

Exercice 4

Soit la fonction $f(x) = \log\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$

9- Déterminer son domaine de définition

10- Calculer $L_1 = \lim f(x)$ et $L_2 = \lim \frac{f(x)}{x}$ quand $x \to +\infty$

11- Calculer f'(0)

12- Ecrire l'équation de la tangente à la courbe en 0.

Exercice 5

13- soit a et b des nombres réels non nuls, calculer l'intégrale :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2t}{a^2 \cos^2 t + b^2 + \sin^2 t} dt$$

14- calculer l'intégrale

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{1 - 3\cos x} dx$$

Exercice 6

Calculer les limites suivantes :

15- $f(x) = \dfrac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{x(1+x)}$ quand $x \to 0$

16- $f(x) = \dfrac{tg(\sin x)}{\sin x}$ quand $x \to 0$

17- $f(x) = \dfrac{1 - \sin x}{x - \frac{\pi}{2}}$ quand $x \to \dfrac{\pi}{2}$

18- $f(x) = \dfrac{\sqrt{1 + \cos x} - 1}{x - \frac{\pi}{2}}$ quand $x \to \dfrac{\pi}{2}$

Exercice 7

Résoudre dans R les équations suivantes :

19- $2 \ln 2 + \ln (x^2 - 1) = \ln (- 4x - 1)$

20- $2(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$