

|  |                          |
|--|--------------------------|
| <b>التمرين الأول (المنطق) (3 نقط)</b>  |                          |
| (1) حدد قيمة حقيقة العبارة التالية معللا جوابك<br>$(0=1) \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$  | 1                        |
| (2) أثبت صحة الاستلزام التالي: $x^2 = y^2 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 0$ :<br>$x \in \mathbb{R} \quad , \quad y \in \mathbb{R}$   | 1                        |
| (3) اعط نفي ما يلي :<br>$(\forall x \in \mathbb{R}) :  x  \geq 0$  | 1                        |
| <b>التمرين الثاني (الحساب العددي) (4 نقط)</b>  |                          |
| $A$ - ليكن $x$ و $y$ عددين متناسبين مع 2 و 5 . حدد قيمة العددين $x$ و $y$ علما أن $x + y = 14$   | 0.75                     |
| $B$ - نعتبر ثلاثية الحدود $P(x)$ حيث $P(x) = x^2 - 6x + 5$<br>(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$<br>(2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x) < 0$  | 1<br>0.75                |
| $C$ - حل في $\mathbb{R}^2$ النظام التالي مستعملا طريقة المحددات :<br>$(S) : \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$  | 1.5                      |
| <b>التمرين الثالث (عموميات حول الدوال) (3 نقط)</b>   |                          |
| نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x^2 + 1$<br>أ- حدد مجموعة تعريف الدالة $f$<br>ب- ادرس زوجية الدالة $f$<br>ت- احسب و ادرس إشارة الفرق $f(x) - 1$ . ماذا تستنتج؟<br>ث- ادرس رتبة الدالة $f$ على المجال $[0; +\infty[$  | 0.5<br>0.5<br>0.5<br>1.5 |
| <b>التمرين الرابع (المتتاليات العددية) (3 نقط)</b>   |                          |
| نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بعلاقة التراجع التالية :<br>$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 3 \end{cases}$  |                          |
| (1) أثبت أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية محددنا أساسها  | 1.25                     |
| (2) اعط صيغة الحد العام  | 0.5                      |
| (3) احسب $u_{75}$ ثم استنتج المجموع $S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{75}$   | 1.25                     |
| <b>التمرين الخامس (التعداد) (4 نقط)</b>  |                          |
| (1) احسب $A_7^3$ و $3!$ و $C_6^2$  | 1.5                      |
| (2) يحتوي صندوق على 3 كرات لونها أحمر و 4 لونها أخضر و واحدة لونها أزرق<br>$A$ - نسحب تأنيا 3 كرات من الصندوق.<br>• ماهو عدد الحالات الممكنة؟<br>• ماهو عدد الحالات الذي نحصل فيه على كرتين حمراوين و كرة خضراء<br>$B$ - نسحب بالتتابع و بدون إحلال 3 كرات من الصندوق<br>• ماهو عدد الحالات الممكنة؟ | 0.5<br>1<br>1            |
| <b>التمرين السادس (النهايات) (3 نقط)</b>   |                          |
| احسب : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^5 + 4x^2 + 7}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 3x - x^3$ ، $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{2x + 1}{x - 2}$  | 3                        |

التمرين الأول (المنطق)

(1)  $\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \Rightarrow (0=1)$  عبارة صحيحة لأن  $(0=1)$  عبارة خاطئة.

(2) نفترض أن  $x^2 = y^2$  ( $\forall y \in \mathbb{R}$ ) ( $\forall x \in \mathbb{R}$ ) عبارة صحيحة  
إذن  $x^2 - y^2 = 0$  أي  $(x - y)(x + y) = 0$  عبار صحيحة و بالتالي فإن الاستلزام صحيح

(3)  $(\exists x \in \mathbb{R}) : |x| < 0$

التمرين الثاني (الحساب العددي)

A- لدينا  $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{7} = \frac{14}{7} = 2$

بما أن  $\frac{x}{2} = 2$  فإن  $x = 4$  و بما أن  $\frac{y}{5} = 2$  فإن  $y = 10$

-B

(1) بما أن :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5$$

$$= 36 - 20$$

$$= 16 > 0$$

فإن للمعادلة حلين مختلفين هما :

$$x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{6 - 4}{2}$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$= 1$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{6 + 4}{2}$$

$$= \frac{10}{2}$$

$$= 5$$

$$S = \{1, 5\} \quad \text{إذن}$$

(2)

| $x$    | $-\infty$ | 1 | 5 | $+\infty$ |   |
|--------|-----------|---|---|-----------|---|
| $P(x)$ | +         | 0 | - | 0         | + |

$$S = ]1; 5[$$

-C

بما أن :  $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = -13 \neq 0$  فإن  $(S)$  نظمة كرامر لها حل وحيد في  $\mathbb{R}^2$ ،  $(x; y)$  حيث

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}}{-13}$$

$$= -\frac{9}{13}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{-13}$$

$$= -\frac{7}{13}$$

و

$$S = \left\{ \left( -\frac{7}{13}; -\frac{9}{13} \right) \right\} \text{ إذن}$$

### التمرين الثالث (عموميات حول الدوال)

أ-  $D_f = \mathbb{R}$  ( لأن  $f$  دالة حدودية )

ب- نعلم أن  $\mathbb{R} = ]-\infty, 0] \cup ]0, +\infty[$  أي المجالات متماثلة بالنسبة للصفر ، إذن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ،  
 $-x \in \mathbb{R}$ .

$$f(-x) = (-x)^2 + 1$$

$$= x^2 + 1 \quad \bullet \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ لدينا :}$$

$$= f(x)$$

خلاصة :  $f$  دالة زوجية

ت- احسب و ادرس إشارة الفرق  $f(x) - 1$  . ماذا تستنتج؟

لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا :  $f(x)-1 = x^2 + 1 - 1$   
 $= x^2 \geq 0$   
أي لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $f(x) \geq 1$  إذن الدالة  $f$  مصعرة بالعدد 1

ث- ادرس رتبة الدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$   
ليكن  $x$  و  $y$  عنصرين من  $[0; +\infty[$  مختلفين. لدينا:

$$\begin{aligned} \frac{f(x) - f(y)}{x - y} &= \frac{(x^2 + 1) - (y^2 + 1)}{x - y} \\ &= \frac{(x^2 - y^2)}{x - y} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)}{x - y} \\ &= x + y \end{aligned}$$

وبما أن  $x$  و  $y$  عنصرين من  $[0; +\infty[$  و مختلفين فإن  $x + y > 0$  أي  $\frac{f(x) - f(y)}{x - y} > 0$  ، إذن  
 $f$  دالة تزايدية قطعاً على المجال  $[0; +\infty[$ .

#### التمرين الرابع (المتتاليات العددية)

(1) لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  لدينا :  $u_{n+1} - u_n = u_n + 3 - u_n = 3$  إذن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية حسابية أساسها 3

(2) نعلم أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$   $u_n = u_p + (n - p)r$  حيث  $r$  و  $u_p$  أساس و أحد حدود المتتالية الحسابية  
على التوالي . إذن  $u_n = u_0 + nr = 1 + 3n$

(3) احسب  $u_{75}$  ثم استنتج المجموع  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{75}$

$$\begin{aligned} u_{75} &= 1 + 3 \times 75 \\ &= 1 + 225 \\ &= 226 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{75} \\ &= \frac{(75-0+1)(u_0 + u_{75})}{2} \\ &= \frac{76(1+226)}{2} \\ &= 38 \times 227 \\ &= 8626 \end{aligned}$$

التمرين الخامس (التعداد)

(1)

$$\begin{aligned} A_7^3 &= 7 \times 6 \times 5 \\ &= 210 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3! &= 3 \times 2 \times 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_6^2 &= \frac{6!}{2! \times (6-2)!} \\ &= \frac{4! \times 5 \times 6}{(2 \times 1) \times 4!} \\ &= \frac{5 \times 6}{2 \times 1} \\ &= 15 \end{aligned}$$

(2)

• عدد الحالات الممكنة  $-A$

$$\begin{aligned} C_8^3 &= \frac{8!}{3! \times 5!} \\ &= 7 \times 8 \\ &= 56 \end{aligned}$$

• عدد الحالات الذي نحصل فيه على كرتين حمراوين و كرة خضراء

$$C_3^2 \times C_4^1 = 3 \times 4 = 12$$

-B

• عدد الحالات الممكنة

$$A_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

التمارين السادس (النهايات)

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{2x+1}{x-2} = -\infty$$

$$\left( \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} x - 2 = 0^- \text{ و } \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} 2x + 1 = 5 \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 3x - x^3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 = -\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^5 + 4x^2 + 7} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^5} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} x - 3 \\ &= -2 \end{aligned}$$