المادة	الرياضيات	NS26	المعامل	4
الشعب(ة) او المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي		مدة الإنجاز	2 س

تعليمات للمترشح

- ✓ يتكون الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات الأولى منها خاصة بهذه التعليمات.
- ✓ يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.
- ✓ يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.
- ✓ يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.
- ✓ ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.
- ✓ يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح.
- ✓ تجنب الكتابة بقلم أحمر.
- ✓ تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان .

التمرين الأول (2.5 نقطة)

0.5 — 1 . حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $t^2-3t+2=0$

2 . استنتج في $]0;+\infty[$:

1 — أ . حلي المعادلة : $(\ln x)^2-3(\ln x)+2=0$.

1 — ب . مجموعة حلول المتراجحة : $(\ln x)^2-3(\ln x)+2<0$.

التمرين الثاني (5 نقط)

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[1;e]$ ب : $h(x)=x-\ln x$.

0.75 — 1 . أ . احسب $h'(x)$ و ادرس إشارتها على المجال $[1;e]$ ثم بين أن h تزايدية على هذا المجال .

1 — ب . ضع جدول تغيرات الدالة h على المجال $[1;e]$ ثم بين أن $h([1;e])\subset[1;e]$.

2 . نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases}u_0=e\\ u_{n+1}=u_n-\ln u_n\ ;\ n\in\mathbb{N}\end{cases}$.

1 — أ . بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $1\le u_n\le e$.

1 — ب . بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية .

0.25 — ج . استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة.

1 — د . باستعمال ما سبق بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$.

التمرين الثالث (9.5 نقط)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g للمتغير الحقيقي x المعرفتين على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$f(x)=-x+\dfrac{\ln x}{x}$ و $g(x)=-x^2+1-\ln x$.

الجزء الأول

1 — 1 . بين أن : $g'(x)=-\left(2x+\dfrac{1}{x}\right)$ ثم حدد إشارة $g'(x)$ على $]0;+\infty[$.

0.75 — 2 . أ . احسب $g(1)$ وضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند محدي $]0;+\infty[$ غير مطلوب) .

1 — ب . استنتج أن : $\forall x\in]0;1]\ ;\ g(x)\ge 0$ و $\forall x\in]1;+\infty[\ ;\ g(x)<0$.

1 — 3 . بين أن : $\forall x>0;\ f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

الجزء الثاني

ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1.25	**1 . أ . احسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.**
1.25	**ب . احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن (C) يقبل مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=-x$.**
1.5	**ج . ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) .**
0.75	**2 . احسب $f(1)$ وضع جدول تغيرات الدالة f . (يمكن استعمال نتيجة السؤال 3 . من الجزء الأول).**
1	**3 . أنشئ (C) . (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها $e^{\frac{3}{2}}$ ؛ وأن $e^{\frac{3}{2}}\approx 4,5$ و $f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)\approx -4$).**

التمرين الرابع (3 نقط)

يحتوي صندوق على سبع كرات غير قابلة للتمييز باللمس، أربع منها حمراء وثلاث خضراء.
نقوم بالتجربة التالية :
" نسحب كرة b من الصندوق ونسجل لونها.
- **إذا كانت b حمراء نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب كرة ثانية؛**
- **إذا كانت b خضراء لا نعيدها إليه ثم نسحب كرة ثانية ".**

ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين من نفس اللون في السحبتين "
و B الحدث : " سحب كرة حمراء في المرة الثانية "

2	**1 . بين أن : $p(A)=\frac{23}{49}$ ثم احسب $p(B)$ (يمكن الاستعانة بشجرة الاختيارات) .**
1	**2 . هل الحدثان A و B مستقلان؟ علل جوابك.**

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2011
عناصر الإجابة

المادة	الرياضيات	NR26	المعامل: 4
الشعب(ة) أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي		مدة الإنجاز: 2 س

السؤال	التمرين الأول (2.5 ن)	المجموع
1 .	حلا المعادلة هما 1 و 2 : 0.5	0.5
2 . أ .	حلا المعادلة هما e و e^2 : 1	1
2 . ب	مجموعة حلول المتراجحة : $]e;e^2[$ ؛ 1	1

السؤال	التمرين الثاني (5 ن)	المجموع
1 . أ .	$\forall x>0;\ h'(x)=1-\frac{1}{x}$: 0.25 ؛ $h(x)>0$ لأن $\forall x\in[1;e]\ ;\ x\geq 1$: 0.25 ؛ تزايدية : 0.25	0.75
1 . ب	$\begin{array}{c\|ccc} x & 1 & & e \\ \hline h(x) & 1 & \nearrow & e-1 \end{array}$ 0.5 حسب الجدول $h([1;e])=[1;e-1]\subset[1;e]$: 0.5	1
2 . أ .	لدينا $1\leq u_0\leq e$ ؛ نفترض أن $1\leq u_n\leq e$ و بما أن h تزايدية فإن : $h(1)\leq h(u_n)\leq h(e)$ ؛ أي أن : $1\leq u_{n+1}\leq e-1<e$ ومنه : $\forall n:\ 1\leq u_n\leq e$: 1	1
2 . ب	$u_{n+1}-u_n=-\ln u_n\leq 0$ (لأن $u_n\geq 1$ و $\ln u_n\geq 0$) 1	1
2 . ج	(u_n) تناقصية ومصغورة إذن فهي متقاربة : 0.25	0.25
2 . د	h متصلة و $h([1;e])\subset[1;e]$ و $u_0\in[1;e]$ و (u_n) متقاربة و $u_{n+1}=h(u_n)$: 0.5؛ إذن النهاية l تحقق $l=h(l)$ أي $l=l-\ln l$ ومنه $l=1$: 0.5	1

التمرين الثالث (9.5 ن)

الجزء الأول

1 . حساب $g'(x)$: 0.5 ؛ $g'(x)$ سالبة على $\mathbb{R}_+^*$: 0.5

1

2 . أ . حساب $g(1)$: 0.25

0.5 :

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	
$g(x)$	↘	0	↘

0.75

2 . ب من خلال الجدول نستنتج أن: $\forall x\in]0;1]\,;\, g(x)\geq 0$: 0.5 ؛ $\forall x\in]1;+\infty[\,;\, g(x)<0$: 0.5

1

3 . $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}\,;\,\forall x>0$: 1

1

الجزء الثاني

1 . أ . $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$: 0.75 ؛ محور الأراتيب مقارب لـ (C) : 0.5

1.25

1 . ب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$: 0.5 ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)=0$: 0.5 ؛ إذن (Δ) مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$: 0.25

1.25

1 . ج $f(x)+x=\dfrac{\ln x}{x}$ ، إشارة $f(x)+x$ على $]0;+\infty[$ هي إشارة $\ln x$: 1

(C) "تحت" (Δ) على المجال $]0;1[$ و "فوق" (Δ) على المجال $]1;+\infty[$ ؛ $A(1;-1)$ نقطة تقاطع (C) و (Δ) : 0.5

1.5

2 . $f(1)=-1$: 0.25

0.5 :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$ ↗	-1	↘ $-\infty$

0.75

3 . إنشاء (C) : 1

1

التمرين الرابع (3 ن)

1 . من خلال شجرة الاحتمالات :

احتمال سحب كرتين لونهما أحمر هو $\dfrac{16}{49}$ واحتمال سحب كرتين لونهما أخضر هو $\dfrac{1}{7}$

إذن $p(A)=\dfrac{23}{49}$: 1 ؛ $p(B)=\dfrac{30}{49}$: 1

2

2 . $p(A\cap B)=\dfrac{16}{49}$: 075 ؛ $p(A\cap B)\neq p(A)p(B)$ 0.25

1