



الصفحة
1
3



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
الموضوع

4	المعامل	RS26	الرياضيات	المادة
2 س	مادة الإفجان	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعب (ة) أو المسلك

تعليمات للمترشح

- ✓ يتكون الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات الأولى منها خاصة بهذه التعليمات.
- ✓ يرجى منك الإجابة على أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.
- ✓ يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .
- ✓ يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.
- ✓ ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.
- ✓ يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح.
- ✓ تجنب الكتابة بقلم أحمر.
- ✓ تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول (نقطتان)

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $I =]1; +\infty[$ بما يلي :

$$h(x) = \frac{x+1}{(x-1)(x^2-x+1)}$$

0.75 1. تحقق من أن : $\forall x \in I; h(x) = \frac{2}{x-1} - \frac{2x-1}{x^2-x+1}$

1.25 2. استنتج حساب $\int_2^3 h(x) dx$

التمرين الثاني (5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 6}; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

0.5 1. احسب u_1 و u_2

1 2. أ. بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n > 1$

0.75 ب. بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية، واستنتج أنها متقاربة.

3. نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = \frac{u_n + 4}{u_n - 1}$

0.5 أ. احسب $v_n - 1$ بدلالة u_n ثم استنتج أن لكل n من \mathbb{N} : $v_n > 1$

0.5 ب. بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n = \frac{v_n + 4}{v_n - 1}$

1 ج. بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q = \frac{7}{2}$ ثم احسب v_n بدلالة n

0.5 د. استنتج u_n بدلالة n

0.25 هـ. احسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث (9.5 نقطة)

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $I =]-\infty; 0[$ بما يلي :

$$g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} - \ln(1 + e^x)$$

الجزء الأول. وليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

0.5 1. بين أن : $\forall x \in I; g'(x) = \frac{-e^{2x}}{(e^x + 1)^2}$

1 2. أ. احسب $g(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

0.5 ب. ضع جدول تغيرات الدالة g

0.5 3. استنتج أن : $\forall x \leq 0; g(x) < 0$

1.5 4. أ. احسب $g''(x)$ لكل x من I ثم استنتج تقعر (C)

1.5 ب. احسب $g'(0)$ ثم أنشئ (C) (نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 4cm$ و $g(0) = -0.2$).

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على I بما يلي : $f(x) = \frac{\ln(e^x + 1)}{e^x}$.

1 . بوضع $t = e^x$ بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$.

1.5 . أ . احسب $f'(x)$ لكل x من I واستنتج أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$; $\forall x \in I$.

1.5 ب . احسب $f(0)$ وضع جدول تغيرات الدالة f ثم استنتج أن : $\forall x \leq 0 ; \ln 2 \leq f(x) \leq 1$.

التمرين الرابع (3.5 نقط)

يحتوي كيس U_1 على كرتين لونهما أحمر و ثلاث كرات لونها أبيض ويحتوي كيس U_2 على كرتين لونهما أبيض و ثلاث كرات لونها أحمر. نفترض أن كل الكرات غير قابلة للتمييز باللمس.

نسحب كرة من U_1 و كرة من U_2 .

ليكن : A الحدث "الكرتان المسحوبتان من نفس اللون"

B الحدث "الكرة المسحوبة من U_1 حمراء"

2 . 1 . احسب $p(B)$ وبين أن $p(A) = \frac{12}{25}$.

1.5 . 2 . علما أن الكرة المسحوبة من U_1 حمراء، ما هو احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللون ؟



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2011
عناصر الإجابة

4	المعامل	RR26	الرياضيات	المادة
2	مادة الإقضان		مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي	الشعب (ة) أو المسلك

التمرين الأول (2 ن) المجموع

0.75

التحقق : 0.75

. 1

$$0.5 : \int_2^3 \frac{2}{x-1} dx = [2 \ln(x-1)]_2^3$$

. 2

$$0.5 : \int_2^3 \frac{2x-1}{x^2-x+1} dx = [\ln(x^2-x+1)]_2^3$$

$$0.25 : \int_2^3 h(x) dx = \ln\left(\frac{12}{7}\right)$$

1.25

(تقبل كل طريقة سليمة أخرى)

التمرين الثاني (5 ن)

0.5

$$2 \times 0.25 : u_2 = \frac{31}{29} \text{ و } u_1 = \frac{5}{4}$$

. 1

1

الترجع : 1

. 2 أ.

0.75

$$0.25 : u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 3u_n + 4}{u_n + 6}$$

. 2 ب

$$0.25 : u_{n+1} - u_n \text{ دراسة إشارة}$$

$$0.25 : \text{استنتاج التقارب}$$

0.5

$$0.25 : v_n - 1 = \frac{5}{u_n - 1}$$

. 3 أ.

$$0.25 : v_n > 1 : \text{الاستنتاج}$$

0.5

$$0.5 : u_n = \frac{v_n + 4}{v_n - 1}$$

. 3 ب

1

$$0.5 : v_n = 6 \left(\frac{7}{2}\right)^n \text{ ؛ } 0.5 : \text{هندسية } (v_n)$$

. 3 ج.

0.5

$$0.5 : u_n = \frac{6 \left(\frac{7}{2}\right)^n + 4}{6 \left(\frac{7}{2}\right)^n - 1}$$

. 3 د

0.25

$$0.25 : \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$$

. 3 هـ

التمرين الثالث (9.5 ن)

المجموع		الجزء الأول										
0.5		0.5	. 1									
1		0.75 : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$ ؛ 0.25 : $g(0) = \frac{1}{2} - \ln 2$. 2 أ .									
0.5		0.5 :	. 2 ب									
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$g'(x)$</td> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$g(x)$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{2} - \ln 2$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$g'(x)$	-		$g(x)$	0	$\frac{1}{2} - \ln 2$	
x	$-\infty$	0										
$g'(x)$	-											
$g(x)$	0	$\frac{1}{2} - \ln 2$										
0.5		0.5 : $\forall x \leq 0 ; g(x) < 0$; نستنتج من الجدول أن	. 3									
1.5		0.25 : $\forall x \leq 0 ; g''(x) < 0$ ؛ 0.75 : $g''(x) = \frac{-2e^{2x}}{(e^x + 1)^3}$ استنتاج التفرع : 0.5	. 4 أ .									
1.5		1 : (C) إنشاء ؛ 0.5 : $g'(0) = \frac{-1}{4}$. 4 ب									

الجزء الثاني

1		1 : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$ ؛ إذن $t = e^x$ نضع	. 1									
1.5		1 : $f'(x) = \frac{1}{e^x + 1} - \frac{\ln(1+e^x)}{e^x}$ استنتاج : 0.5 : $\forall x \in I ; f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$. 2 أ .									
1.5		0.25 : $f(0) = \ln 2$ 0.5 :	. 2 ب									
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td colspan="2" style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$\ln 2$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$f'(x)$	-		$f(x)$	1	$\ln 2$	
x	$-\infty$	0										
$f'(x)$	-											
$f(x)$	1	$\ln 2$										
1.5		0.75 : $\ln 2 \leq f(x) \leq 1$ استنتاج أن										

التمرين الرابع (3.5 ن)

2		1 : $p(A) = \frac{12}{25}$ و 1 : $p(B) = \frac{2}{5}$. 1
1.5		0.5 : $p_B(A) = \frac{3}{5}$ ؛ 0.75 : $p(A \cap B) = \frac{6}{25}$ و 0.25 : $p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$ (تقبل كل خطوات سليمة أخرى)	. 2