# المعادلات و المتراجحات من الدرجة الاولى والثانية بمجهول واحد

**القدرات المنتظرة**

***- حل معادلات أو متراجحات تؤول في حلها إلى معادلات أو متراجحات من الدرجة 1 أو 2 بمجهول واحد.**

***- ترييض وضعيات تتضمن مقادير متغيرة باستعمال تعابير أو معادلات أو متراجحات.**

## I ) تعاريف

### أنشطة

1- حل المعادلتين التاليتين $x \in \mathbb{R} \quad 2x+4=5x-\frac{1}{2}$ $\quad K \quad$ $x \in \mathbb{N} \quad 2x+4=5x-\frac{1}{2}$

2- حل المتراجحة $x \in \mathbb{R} \quad 5x-7 \leq \frac{11}{2}x+4$

### تعريف1

جميع حلول معادلة (أو متراجحة) تكون مجموعة تسمى مجموعة حلول المعادلة (أو المتراجحة) نرمز لها بـ $S$ أو $S'$ او.......

### تعريف2

نقول ان معادلتين (أو متراجحين) متكافئتان إذا كانت للمعادلتين (أو للمتراجحتين) نفس مجموعة الحلول.

## II ) المعادلة التالفية

### 1- مفهوم معادلة تالفية

#### تعريف

كل معادلة يمكن كتابتها على شكل $ax+b=0 \quad x \in \mathbb{R}$ تسمى معادلة تالفية.

و تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد إذا كان $a \neq 0$

### 2- حل معادلة تالفية

نحل المعادلة $ax+b=0 \quad x \in \mathbb{R}$

إذا كان $a=b=0$ فان $S=\mathbb{R}$

إذا كان $a=0$ و $b \neq 0$ فان $S=\varnothing$

إذا كان $a \neq 0$ فان $ax+b=0$ تكافئ $x=-\frac{b}{a}$ أي أن $S=\left\{\frac{-b}{a}\right\}$

### 3- حل المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0 \quad x \in \mathbb{R}$ حيث $a \neq 0$ و $c \neq 0$

$(ax+b)(cx+d)=0$ تكافئ $ax+b=0$ أو $cx+d=0$

إذن مجموعة حلول المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0 \quad x \in \mathbb{R}$ هي اتحاد مجموعة حلول المعادلة $ax+b=0 \quad x \in \mathbb{R}$ و $cx+d=0 \quad x \in \mathbb{R}$

تمرين: حل المعادلة $(2x+1)(-3x-5)=0 \quad x \in \mathbb{R}$

## III ) المتراجحات التالفية بمجهول واحد

### 1- تعريف

كل متراجحة يمكن كتابتها على شكل $ax+b \prec 0 \quad x \in \mathbb{R}$ أو $ax+b \leq 0 \quad x \in \mathbb{R}$ أو $ax+b \geq 0 \quad x \in \mathbb{R}$ أو $ax+b \succ 0 \quad x \in \mathbb{R}$ حيث $(a,b) \in \mathbb{R}^2$، تسمى متراجحة تالفية.

و تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد إذا كان $a \neq 0$

### 2- حل متراجحة تالفية بمجهول واحد

#### أ- إشارة الحدانية $ax+b$

*- إذا كان $a=0$ فان إشارة $ax+b$ هي إشارة $b$

*- إذا كان $a \neq 0$ فان $ax+b=a\left(x+\frac{b}{a}\right)$ و بالتالي إشارة $ax+b$ مرتبطة بإشارة $a$ و $x+\frac{b}{a}$

$x+\frac{b}{a} \succ 0$ تكافئ $x \succ -\frac{b}{a}$

$x+\frac{b}{a} \prec 0$ تكافئ $x \prec -\frac{b}{a}$

نلخص هذه الدراسة في جدول يسمى جدول إشارة $ax+b$

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{b}{a}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $ax+b$ | عكس إشارة $a$ | $0$ | إشارة $a$ |

**تمرين**

حل المتراجحتين: $2x+3 \prec 0 \quad x\in\mathbb{R}$ ; $-3x+4 \leq 0 \quad x\in\mathbb{R}$ بطريقتين مختلفتين.

**3- حل المتراجحة** $(ax+b)(cx+d) \leq 0 \quad x\in\mathbb{R}$ أو من نوع $(ax+b)(cx+d) \succ 0 \quad x\in\mathbb{R}$

حل هذا النوع من المتراجحات يعتمد على دراسة إشارة $(ax+b)(cx+d)$ بتوظيف إشارة كل من $(ax+b)$ و $(cx+d)$

**تمرين**

حل المتراجحتين: $(2x+1)(-3x+1) \prec 0 \quad x\in\mathbb{R}$ ; $(-2x-1)(-5x+1) \geq 0 \quad x\in\mathbb{R}$

## IV ) المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

### 1- تعريف

نسمي معادلة من الدرجة الثانية في $\mathbb{R}$ كل معادلة على الشكل $ax^2+bx+c=0$ حيث $a$ و $b$ و $c$ أعداد حقيقية و $a$ غير منعدم.

### 2- أمثلة

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

$3x^2-\sqrt{3}x=0$ ، $x^2-5=0$ ، $2x^2+1=0$ ، $x^2-6x-7=0$ ، $x^2-2x+3=0$

### 3- صفة عامة

a) نعتبر المعادلة $ax^2+bx+c=0 \quad x\in\mathbb{R}$ حيث $a\neq 0$

لكل $x$ من $\mathbb{R}$

لدينا $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$

الكتابة $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$ **يسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود** $ax^2+bx+c$

لنحل المعادلة

$ax^2+bx+c=0$ تكافئ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$

من خلال هذا يتبين أن حل المعادلة يتوقف على إشارة العدد $b^2-4ac$ الذي يسمى **مميز المعادلة** $ax^2+bx+c=0$ نرمز له بـ $\Delta$ نكتب $\Delta=b^2-4ac$

* إذا كان $\Delta \prec 0$ فان $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2} \succ 0$ و بالتالي المعادلة لا تقبل حلا في $\mathbb{R}$

* اذا كان $\Delta=0$ فان $x+\frac{b}{2a}=0$ أي $x=-\frac{b}{2a}$

* اذا كان $\Delta \succ 0$ فان $ax^2+bx+c=0$ تكافئ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}=0$

$\left(x+\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)=0$ تكافئ

$x=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ أو $x=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ تكافئ

**مبرهنة**

نعتبر المعادلة $ax^2+bx+c=0$ حيث $a\neq 0$ و $S$ مجوعة حلولها في $\mathbb{R}$.
العدد $b^2-4ac$ يسمى مميز المعادلة أو ثلاثية الحدود $ax^2+bx+c$ نرمز له بـ $\Delta$
إذا كان $\Delta \prec 0$ فان $S=\varnothing$
إذا كان $\Delta=0$ فان $S=\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$
إذا كان $\Delta \succ 0$ فان $S=\left\{\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a};\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

**اصطلاح**

إذا كان $\Delta=0$ فان $x=-\frac{b}{2a}$ في هذه الحالة نقول إن $-\frac{b}{2a}$ حل مزدوج للمعادلة

**ملاحظة** إذا كان $a$ و $c$ لهما إشارتين مختلفتين فان للمعادلة حلين.

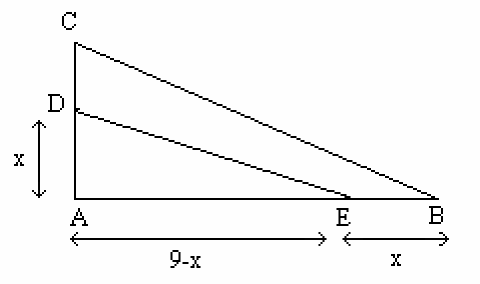
**تمرين**

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

$$5x^2-4x+2=0 \qquad x^2-\left(1+\sqrt{3}\right)x+1+\frac{\sqrt{3}}{2}=0$$
$$4x^2+3x-1=0 \qquad x^2-\left(1+\sqrt{2}\right)x+\sqrt{2}=0$$

**تمرين**

نعتبر $ABC$ مثلث قائم الزاوية في $A$ حيث $AB=9$ و $AC=4$ حدد موضع نقطتين $E$ و $D$ تنتميان
على التوالي لـ$[AB]$ و $[AC]$ بحيث $AD=BE$ و مساحة $ADE$ تساوي مساحة الرباعي $BCDE$
اختيار المجهول نضع $AD=BE=x$




مساحة $ADE$ هي $\frac{x(9-x)}{2}$

مساحة الرباعي $BCDE$ هي $\frac{4\times 9}{2}-\frac{x(9-x)}{2}$

لدينا $\frac{4\times 9}{2}-\frac{x(9-x)}{2}=\frac{x(9-x)}{2}$

ومنه $18-9x+x^2=0$.......

**b) نتيجة**

نعتبر معادلة من شكل $ax^2+2b'x+c=0$ و $a\neq 0$
لدينا $\Delta=4(b'^2-ac)$ نضع $\Delta'=b'^2-ac$
اشارة $\Delta$ هي اشارة $\Delta'$
إذا كان $\Delta' \prec 0$ فان $S=\varnothing$
إذا كان $\Delta'=0$ فان $S=\left\{-\frac{b'}{a}\right\}$
إذا كان $\Delta' \succ 0$ فان $S=\left\{\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a};\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}\right\}$
العدد $\Delta'$ يسمى المميز المختصر للمعادلة

## تمرين
حل $6x^2-2\sqrt{3}x-1=0 \quad x\in\mathbb{R}$

## 4- تعميل ثلاثية الحدود
نعتبر ثلاثية الحدود $T(x)=ax^2+bx+c \quad / \quad a\neq 0$

ليكن $\Delta$ مميزها

* إذا كان $\Delta \prec 0$ فان $T(x)$ لا تقبل جدرا و بالتالي $T(x)$ لا يمكن تعميلها في $\mathbb{R}$

* إذا كان $\Delta=0$ فان $T(x)$ لها جدر وحيد $\frac{-b}{2a}$ وبالتالي $T(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$

* إذا كان $\Delta \succ 0$ فان $T(x)$ لها خدرين مختلفين $x_1$ و $x_2$

وبالتالي $T(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$

## تمرين
عمل $P(x)=3x^2-4x-4 \qquad Q(x)=x^2-\left(1+\sqrt{3}\right)x+1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

## 5- معادلات تؤول في حلها الى معادلات من الدرجة الثانية
مثال1 حل $x^4-7x^2+12=0 \quad x\in\mathbb{R}$

مثال2 حل $2x-7\sqrt{x}-4=0 \quad x\in\mathbb{R}$

مثال3 نعتبر $P(x)=2x^3-3x^2-x+1$

أحسب $P\left(\frac{1}{2}\right)$

حل المعادلة $P(x)=0$

## 6- مجموع و جداء جدرى ثلاثة الحدود
نعتبر $ax^2+bx+c=0 \quad x\in\mathbb{R}$ حيث $a\neq 0$

لنفترض أن $\Delta \succ 0$ و أن جذريها هما $x_1$ و $x_2$

لدينا لكل $x$ من $\mathbb{R}$

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$
$$=ax^2-a(x_1+x_2)x+ax_1x_2$$

إذن $x_1+x_2=\frac{-b}{a} \quad ; \quad x_1x_2=\frac{c}{a}$

## خاصية
إذا كان للمعادلة $ax^2+bx+c=0 \quad x\in\mathbb{R}$ حيث $a\neq 0$ حلان $x_1$ و $x_2$ فانهما يحققان العلاقتين

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a} \quad ; \quad x_1x_2=\frac{c}{a}$$

## تمرين
تأكد أن للمعادلة $4x^2-7x+5=0$ جدران $x_1$ و $x_2$ ثم أحسب $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ دون حساب $x_1$ و $x_2$

## VI- المتراجحات من الدرجة الثانية بمجهول واحد
## 1- اشارة ثلاثة الحدود من الدرجة الثانية
نعتبر ثلاثية الحدود $T(x)=ax^2+bx+c \quad / \quad a\neq 0$

ليكن $\Delta$ مميزها

الشكل القانوني $T(x)=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

إذا كان $\Delta \prec 0$ فان إشارة $ax^2+bx+c$ هي إشارة $a$

إذا كان $\Delta = 0$ فان $ax^2 + bx + c$ يكون منعدما من أجل $x = \frac{-b}{2a}$ و إشارتها إشارة $a$ لكل $x$ من $\mathbb{R} - \left\{\frac{-b}{2a}\right\}$

إذا كان $\Delta \succ 0$ فان $T(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ حيث $x_1$ و $x_2$ جدري $ax^2 + bx + c$

نفترض أن $x_1 \prec x_2$

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x - x_1$ | | - | 0 | + | | + | |
| $x - x_2$ | | - | | - | 0 | + | |
| $T(x)$ | | اشارة $a$ | 0 | عكس اشارة $a$ | 0 | اشارة $a$ | |

**خلاصة**

إذا كان $\Delta \prec 0$ فان إشارة $ax^2 + bx + c$ هي إشارة $a$

إذا كان $\Delta = 0$ فان إشارة $ax^2 + bx + c$ هي إشارة $a$ لكل $x$ من $\mathbb{R} - \left\{\frac{-b}{2a}\right\}$

إذا كان $\Delta \prec 0$ و $x_1$ و $x_2$ جدري $ax^2 + bx + c$ حيث $x_1 \prec x_2$ فان

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $T(x)$ | | اشارة $a$ | 0 | عكس اشارة $a$ | 0 | اشارة $a$ | |

## 2- المتراجحات

أ- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات

$-2x^2 + 5x - 3 \leq 0$ $\qquad$ $3x^2 - 2x - 8 \prec 0$

$-3x^2 + \sqrt{3}x - 1 \geq 0$ $\qquad$ $4x^2 - 2x + 1 \succ 0$

**ب- متراجحات تؤول في حلها الى متراجحات من الدرجة الثانية**

**مثال1**

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين

$2x^4 - 9x^2 + 4 \succ 0$

$$\frac{x^2 - \left(1 + \sqrt{2}\right)x + \sqrt{2}}{x^2 - x - 2} \geq 0$$

**مثال2**

نعتبر $p(x) = 6x^3 - 13x^2 + 4$

1- تأكد أن 2 جدر للحدودية $p(x)$

2- حل في $\mathbb{R}$ $\quad p(x) \leq 0$

3- حل في $\mathbb{R}$ $\quad p(x) \leq 3x^2(x - 2)$

**تمرين**

نعتبر $p(x) = -x^3 + (3 + a)x^2 - (2 + 3a)x + 2a$

1- بين أن $a$ جدر للحدودية $p(x)$

2- حدد حدودية $Q(x)$ حيث $p(x) = (x - a)Q(x)$

3- أ- أدرس إشارة $-x^2 + 3x - 2$

4- ب- حل في $\mathbb{R}$ $\quad p(x) \succ 0$ حيث $Q(a) \succ 0$

# النظمـــــات

*- حل نظمات من الدرجة الأولى بمجهولين باستعمال مختلف الطرق (التأليفة الخطية، التعويض، المحددة).
*- التمثيل المبياني لحلول متراجحات أو نظمات متراجحات من الدرجة الأولى بمجهولين، واستعماله في تجويه المستوى وحل مسائل بسيطة حول البرمجة الخطية.

## I- معادلات من الدرجة الأولى بمجهولين

### 1- أنشطة

نعتبر في $\mathbb{R}^2$ المعادلة $3x-2y+1=0$

هل الأزواج $(1;2)$ و $(2;-1)$ و $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ حلول للمعادلة

لنحدد جميع حلول المعادلة

لتكن $S$ مجموعة الحلول

نضع $x=a$ ومنه $y=\dfrac{3a+1}{2}$ إذن $S=\left\{\left(a;\dfrac{3a+1}{2}\right)/a\in\mathbb{R}\right\}$

### 2- تعريف

كل معادلة على شكل $ax+by+c=0$ حيث $a$ و $b$ و $c$ أعداد حقيقية معلومة هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين حل المعادلة $ax+by+c=0$ هو إيجاد جميع الأزواج التي تحققها

### تمرين

حل في $\mathbb{R}^2$ المعادلات $2x+y-1=0$ $\quad 2y+4=0$ ; $3x-1=0$

## II – النظمات

### 1- أنشطة

أ- بين أن النظمة $\begin{cases}2x-3y=1\\4x+5y=-2\end{cases}$ تقبل حلا وحيدا بدون حساب المجهولين ثم حل النظمة بطريقتين مختلفتين ( التعويضية و التألفية الخطية)

ب- بين أن النظمة $\begin{cases}2x-3y=3\\ \dfrac{-2}{3}x+y=-2\end{cases}$ لا تقبل حلا

### 2- دراسة نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

#### أ- تعريف

نسمي نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين كل نظمة من شكل: $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ $\quad (x;y)\in\mathbb{R}^2$

حيث $a$ و $b$ و $a'$ و $b'$ أعداد حقيقية.

#### ب- دراسة عامة

لنحل في $\mathbb{R}^2$ النظمة $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$

$$\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b'(ax+by)-b(a'x+b'y)=b'c-bc'\\a(a'x+b'y)-a'(ax+by)=ac'-a'c\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(ab'-ba')x=b'c-bc'\\(ab'-a'b)y=ac'-a'c\end{cases}$$

و منه حل النظمة يتوقف على العدد $ab'-a'b$

العدد $ab'-a'b$ يسمى محددة النظمة نرمز له ب $\begin{vmatrix}a & b\\a' & b'\end{vmatrix}$

* إذا كان $ab'-a'b\neq0$ فان النظمة تقبل حلا وحيدا

$$x=\frac{b'c-bc'}{ab'-ba'} \quad و \quad y=\frac{ac'-a'c}{ab'-a'b}$$

* إذا كان $ab'-a'b=0$ فان $\begin{cases} b'c-bc'=0 \\ ac'-a'c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

- إذا كان $ac'-a'c=0$ و $b'c-bc'=0$ فان $S$ هي مجموعة حلول المعادلة $ax+by=c$
- إذا كان $ac'-a'c\neq 0$ أو $b'c-bc'\neq 0$ فان $S=\varnothing$

تعريف و خاصية

نعتبر $a$ و $b$ و $a'$ و $b'$ أعداد حقيقية حيث $(a;b)\neq(0;0)$ و $(a';b')\neq(0;0)$

* العدد $ab'-a'b$ يسمى محددة النظمة $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ $(x;y)\in\mathbb{R}^2$ نرمز له ب $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$

نكتب $ab'-a'b=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$

* للنظمة $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c \end{cases}$ حل وحيد إذا وفقط إذا كان $ab'-a'b\neq 0$

في هذه الحالة تسمى النظمة نظمة كرامر و حل النظمة هو:

$$y=\frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta}\ ;\ x=\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta}$$ حيث $\Delta=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$

* للنظمة $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c \end{cases}$ ما لانهاية من الحلول أو ليس لها حلا إذا وفقط إذا كان $ab'-a'b=0$

في هذه الحالة: - إذا كان $\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}=0$ و $\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}=0$ فان $S$ هي مجموعة حلول المعادلة $ax+by=c$

- إذا كان $\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}\neq 0$ أو $\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}\neq 0$ فان $S=\varnothing$

تمرين

1- حل في $\mathbb{R}^2$ $\begin{cases} 2\sqrt{3}x-y=2 \\ 3x+\sqrt{3}y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} \sqrt{2}x-y=2 \\ x-\frac{\sqrt{2}}{2}y=1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+y=-2 \\ -3x-\frac{3}{2}y=3 \end{cases}$

2- حل و ناقش وفق البارامتر $m$ النظمة $\begin{cases} mx+4y=m+2 \\ x+my=2 \end{cases}$

## 3- نظمات تالفة أخرى

أ- نظمة ثلاث معادلات بمجهولين

حل في $\mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} 2x-5y=1 \\ x+2y=-4 \\ 3x-4y=-2 \end{cases}\ ;\ \begin{cases} 2x+5y=1 \\ x-y=4 \\ 3x+y=5 \end{cases}$$

ب- نظمة معادلات من الدرجة الأولى بعدة مجاهيل

حل في $\mathbb{R}^3$

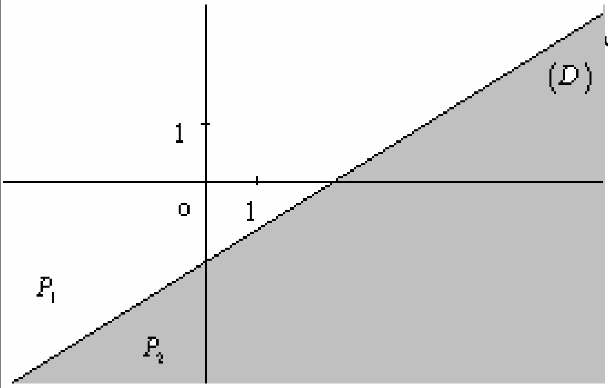
$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x-y+z=1 \\ x-2y+2z=5 \end{cases}\ ;\ \begin{cases} 2x-y+3z=2 \\ x+2y-z=1 \end{cases}$$

# III- المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهولين

## 1- إشارة $ax+by+c$

خاصية : نقباها

كل مستقيم $(D)$ معادلته $ax+by+c=0$ يحدد في المستوى نصفي مستوى مفتوحين $P_1$ و $P_2$ ( لايتضمنان $(D)$)
أحدهما هو مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $ax+by+c \prec 0$
و الأخرهو مجموعة النقط$M(x;y)$ حيث $ax+by+c \succ 0$




ملاحظة

لتحديد إشارة $ax+by+c$ يكفي تحديدها من أجل زوج $(x_0;y_0)$ إحداثيتي نقطة $A$ من المستوى لا تنتمي إلى $(D)$ نصف المستوى الذي يحتوي على $A$ و حافته $(D)$ هو مجموعة النقط $M(x;y)$ التي تكون فيه إشارة $ax+by+c$ هي إشارة $ax_0+by_0+c$. و نصف المستوى الآخر هو مجموعة النقط $M(x;y)$ التي كون فيه إشارة $ax+by+c$ هي عكس إشارة $ax_0+by_0+c$

أمثلة

أدرس في $\mathbb{R}^2$ إشارة كل من $-2x+3y-2$ و $2y-1\succ$

تمرين

حل في $\mathbb{R}^2$ مبيانيا

$$\begin{cases} 2x+y \prec 0 \\ 3x+y \le 2 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} 3x+y \prec 0 \\ x-y+4 \succ 0 \\ 2x+5y+8 \succ 0 \end{cases}$$

2- البرمجة الخطية

تمرين

يصنع صانع منتوجين $A$ و $B$ بواسطة مواد أولية $M_1$ و $M_2$ و $M_3$ .
يتطلب صنع وحدة من المنتوج $A$: 1 كيلو من $M_1$ و 3 كيلو من $M_2$ و3 كيلو من $M_3$ .
يتطلب صنع وحدة من المنتوج $B$: 2 كيلو من $M_1$ و 2 كيلو من $M_2$ و كيلو واحد من $M_3$ .
المواد المتوفرة في اليوم الواحد هو 20 كيلو من $M_1$ و 30 كيلو من $M_2$ و27 كيلو من $M_3$.
إذا علمت أن بيع وحدة من نوع $A$ يحقق ربحا قدره 40 درهما و بيع وحدة من نوع $B$ يحقق ربحا قدره 20 درهما. فما هو عدد وحدات منتوج $A$ و عدد وحدات منتوج $B$ اللذانيحققان أكبر ربح؟
لتكن $x$ عدد وحدات منتوج $A$ و $y$ عدد وحدات منتوج $B$
لإنتاج $A$ و $B$ يتطلب $(x+2y)Kg$ من $M_1$ حيث $x+2y \prec 20$ و $(3x+2y)Kg$ من $M_2$ حيث $3x+2y \prec 30$ و $(3x+y)Kg$ من $M_3$ حيث $3x+y \prec 27$
الزوج $(x;y)$ الذي يمثل إنتاج ينتمي إلى مجموعة حلول

$$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ x+2y-20 \prec 0 \\ 3x+2y-30 \prec 0 \\ 3x+y-27 \prec 0 \end{cases}$$

الربح هو $40x+20y$
نعتبر $(\Delta_0): 40x+20y=0$ و $(\Delta_b): 40x+20y=b$ حيث $b$ ربح عند إنتاج $x$ وحدة من منتوج $A$ و $y$ عدد وحدة من منتوج $B$ و حيث $(\Delta_b)$ يحتوي على الأقل على نقطة من الجزء الملون
$b$ تأخذ أكبر قيمة عند زوج إحداثيتي تقاطع المستقيمين ذا المعادلتين $3x+y=27$ ; $3x+2y=30$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ 3x + y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow (x;y) = (8;3)$$

الربح القصوي هو $40 \times 8 + 20 \times 3 = 380DH$