رياضيات النجاح	الأعداد الصحيحة الطبيعية مبادئ في الحسابيات	الجذع المشترك العلمي والتكنولوجي

تمرين 1 : m و n عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان ، أدرس زوجية الأعداد التالية:

$A=4m+1$ ، $B=2n+13$ ، $C=2m+6n+2014$

$D=(2m+1)^2+2^{n+1}$ ، $E=n^2+m^2+n+m$ ، $G=(2n+1)^{2014}+(2m+1)^{2015}$

تمرين 2 : a عدد صحيح طبيعي غير منعدم

1) بين أن $a^{2014}+a^{2015}$ عدد زوجي

2) بين أن $a+a^3$ عدد زوجي

تمرين 3 : a عدد صحيح طبيعي فردي. بين أن العدد : $K=a^2-1$ مضاعف للعدد 8

تمرين 4 :

1) حدد جميع قواسم العدد 28

2) بين أن مجموع مقلوبات هذه القواسم هو عدد صحيح طبيعي

تمرين 5 : نعتبر العددين : $A=35\,280$ و $B=218\,295$

1) فكك إلى جداء عوامل أولية العددين A و B

2) استنتج حساب : $A\wedge B$ و $A\vee B$

3) تحقق أن : $(A\wedge B)\times(A\vee B)=A\times B$

تمرين 6 :

1) ما هو أكبر عدد أولي أصغر من 100

2) هل العدد 123456789 عدد أولي؟ علل جوابك ؟

3) p و q عددان أوليان أكبر من 2 ، بين أن $p+q$ ليس عددا أوليا

تمرين 7 : - مزيدا من التفكير -

p عدد صحيح طبيعي أكبر من 1

1) عمل التعبير : $4p^4+1$

2) استنتج أن العدد $4p^4+1$ غير أولي

3) بين أن 400 000 001 عدد غير أولي

رياضيات النجاح	الأعداد الصحيحة الطبيعية مبادئ في الحسابيات حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي والتكنلوجي

تمرين 1 : m و n عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمان .

- لدينا : $A=4m+1=2\times(2m)+1$ و بما أن $2m\in IN$ ، فإن: A عدد فردي
- لدينا : $B=2n+12+1=2(n+6)+1$ و بما أن : $n+6\in IN$ فإن: B عدد فردي
- لدينا : $C=2m+6n+2014=2(m+3n+1007)$ و بما أن : $m+3n+1007\in IN$ فإن: C عدد زوجي
- لدينا : $D=(2m+1)^2+2^{n+1}=4m^2+4m+1+2\times2^n=2(2m^2+2m+2^n)+1$

  و بما أن $2m^2+2m+2^n\in IN$ ، فإن: D عدد فردي
- لدينا : $E=n^2+m^2+n+m=n^2+n+m^2+m=n(n+1)+m(m+1)$
- بما أن $n(n+1)$ و $m(m+1)$ عبارة عن جذاء عددين متتابعين فإنهما زوجيان ، إذن مجموعهما زوجي
- بما أن $2n+1$ عدد فردي فإن $(2n+1)^{2014}$ عدد فردي ، وبما أن $2m+1$ عدد فردي فإن $(2m+1)^{2015}$

  عدد فردي ، إذن $G=(2n+1)^{2014}+(2m+1)^{2015}$ عدد زوجي

غالبا ما نستعمل خاصية الزوجية أو الفردية $(2k+1\ /\ 2k)$ ،لكننا نستعين في أحيان أخرى بقواعد مجموع أو فرق أو جذاء أعداد معلومة الزوجية

الكتابة $a\in IN$ تعني أن a عدد صحيح طبيعي

تمرين 2 : a عدد صحيح طبيعي غير منعدم

1) لنبين أن $a^{2014}+a^{2015}$ عدد زوجي

لدينا: $a^{2014}+a^{2015}=a^{2014}(1+a)=a^{2013}\times a(a+1)$ ، و بما أن $a(a+1)$ عدد زوجي (جذاء عددين متتابعين)

فإن: $a(a+1)=2k\ /k\in IN$ ، منه: $a^{2014}+a^{2015}=2(k\ a^{2013})$ وبما أن: $k\ a^{2013}\in IN$ فإن: $a^{2014}+a^{2015}$

2) بين أن $a+a^3$ عدد زوجي

لدينا: $a+a^3=a+a^2+a^3-a^2=a(1+a)+a^2(a-1)=a(1+a)+a\times a\ (a-1)$

و بما أن $a(a+1)$ و $a(a-1)$ عددان زوجيان فإن: $a(a+1)=2p\ /\ p\in IN$ و $a(a+1)=2q\ /\ q\in IN$

منه: $a+a^3=2p+2a\ q=2(p+aq)$ ، وبما أن : $p+aq\in IN$ ، فإن $a+a^3$ عدد زوجي

تمرين 3 : لدينا a عدد صحيح طبيعي فردي ، منه $a=2p+1$ حيث $p\in IN$

إذن : $K=(2p+1)^2-1=4p^2+4p+1-1=4p(p+1)$

وبما أن $p(p+1)$ عدد زوجي (جذاء عددين متتابعين) فإنه يكتب على شكل: $p(p+1)=2m$

منه : $K=8m$ حيث $m\in IN$ ، وهذا يعني أن K مضاعف للعدد 8

تمرين 4 :

1) قواسم العدد 28 هي : $D_{28}=\{1,2,4,7,14,28\}$

2) لنحسب : $S=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{28}=\frac{28}{28}+\frac{14}{28}+\frac{7}{28}+\frac{4}{28}+\frac{2}{28}+\frac{1}{28}=\frac{52}{28}=2\in IN$

تمرين 5 : نعتبر العددين : $A = 35\,280$ و $B = 218\,295$

1) لنفكك إلى جداء عوامل أولية العددين A و B :

35 280	2
17 640	2
8 820	2
4 410	2
2 205	3
735	3
245	5
49	7
7	7
1	

،

218 295	3
72 765	3
24 255	3
8 085	3
2 695	5
539	7
77	7
11	11
1	

إذن: $A = 2^4 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^2$ و $B = 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1$

2) استنتج حساب : $A \wedge B$ و $A \vee B$

$A \wedge B = 3^2 \times 5^1 \times 7^2 = 2\,205$ ، $A \vee B = 2^4 \times 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1 = 3\,492\,720$

تذكير: القاسم المشترك الأكبر هو جداء العوامل الأولية المشتركة للتفكيكين الأولين مرفوعة لأصغر أس

المضاعف المشترك الأصغر هو جداء العوامل الأولية المشتركة و غير المشتركة للتفكيكين الأولين مرفوعة لأكبر أس

1) تحقق أن : $(A \wedge B) \times (A \vee B) = A \times B$

لدينا : $(A \wedge B) \times (A \vee B) = (2^4 \times 3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1) \times (3^2 \times 5^1 \times 7^2) = 2^4 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^4 \times 11^1$

و $A \times B = (2^4 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^2) \times (3^4 \times 5^1 \times 7^2 \times 11^1) = 2^4 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^4 \times 11^1$

بالتالي : $(A \wedge B) \times (A \vee B) = A \times B$

تمرين 6 :

1) أكبر عدد أولي أصغر من 100 هو 97

يوجد 25 عدد أولي أصغر من 100 من المفيد جدا حفظ بعضها (2;3;5;7;11;13;17;19;23; 29; ...)

2) العدد 123456789 عدد غير أولي لأنه يقبل القسمة على 3 (لأن مجموع أرقامه 45 يقبل القسمة على 3)

3) p و q عددان أوليان أكبر من 2 ، إذن p و q فرديان لأن العدد الأولي الزوجي الوحيد هو 2

منه $p+q$ عدد زوجي وبما أن $p+q > 4$ فهو ليس أوليا ، لأنه لا يوجد عدد أولي زوجي أكبر من 4

تمرين 7 : ـ مزيدا من التفكير ـ

p عدد صحيح طبيعي أكبر من 1

1) لنعمل :

$$4p^4+1=4p^4+4p^2+1-4p^2=\left(2p^2\right)^2+2\times\left(2p^2\right)\times 1+1-4p^2$$
$$=\left(2p^2+1\right)^2-\left(2p\right)^2=\left(2p^2+1+2p\right)\left(2p^2+1-2p\right)$$

2) استنتج أن العدد $4p^4+1$ غير أولي

بما أن p عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 فإن : $p\geq 2$

إذن : $2p^2+1+2p\geq 13$ و $2p^2+1-2p=2p(p-1)+1\geq 5$

و حيث أن عبارة عن جذاء عددين كلاهما أكبر من 2 فسيكون له على الأقل 4 قواسم مختلفة مثنى مثنى (1 ونفسه و $2p^2+1+2p$ و $2p^2+1-2p$) ، بالتالي فهو غير أولي.

3) بين أن 400 000 001 عدد غير أولي

لدينا : $400\,000\,001=400\,000\,000+1=4\times 10^8+1=4\times\left(10^2\right)^4+1=4\times(100)^4+1$

إذن بوضع : $p=100$ في التعبير السابق نستنتج أن 400 000 001 عدد غير أولي