



مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات

المؤسسة: الثانوية التأهيلية الداخلية
المستوى: الجزء المشترك العلمي
الأستاذ : عمر زكري

التدبير الزمني

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات 7س

المكتسبات القبلية

- العمليات و الاقواس , الاسبقية في العمليات .
- النشر والتعوييل والتبسيط
- القوى في مجموعة الاعداد الحقيقية .

الامتدادات

- مسائل هندسية و عددية
- الحسابيات في \mathbb{N}

توجيهات تربوية

- يتم إدراج الرموز: \in , \subseteq , \subset , \neq , \cup .

- يهدف تناول "مبادئ في الحسابيات" إلى استثناس التلاميذ ببعض أنماط البرهنة من خلال استعمال الأعداد الزوجية والأعداد الأولية دون إفراط.

الكفايات

- توظف الزوجية و تفكير عدد إلى جداء عوامل أولية في حل بعض المسائل البسيطة حول الأعداد الصحيحة الطبيعية.



تقویم و ملاحظات

$$\text{تمم باستعمال أحد الرمزيين } \in \text{ أو } \notin$$

$$0 \dots \mathbb{Y}^* - 3 \dots \mathbb{Y}^* - -2 \dots \mathbb{Y} - \frac{12}{6} \dots \mathbb{Y}$$

$$\sqrt{2} \dots \mathbb{Y} - \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} \dots \mathbb{Y}$$

محتوى الدرس

I) مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

1- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

تعريف

الأعداد 7,6,5,4,3,2,1,0... تسمى أعداداً صحيحة طبيعية و تكون مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية نرمز لها ب \mathbb{N} ونكتب $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

مصطلحات و ترميز

- العدد 0 يسمى العدد الصحيح الطبيعي المنعدم

- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الغير المنعدمة نرمز لها بالرمز \mathbb{N}^* ونكتب $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

- الرمز \in يسمى ينتمي و الرمز \notin يسمى لا ينتمي

-- تمرين 1

-- نشاط 2

2- الأعداد الزوجية - الأعداد الفردية

تعريف

- نقول إن العدد الصحيح الطبيعي a عدد زوجي إذا و فقط إذا كان يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث $a=2k$
- نقول إن العدد الصحيح الطبيعي a عدد فردي إذا و فقط إذا كان يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث $a=2k+1$

أمثلة

- الأعداد 6 4 2 0 8 أعداد زوجية.
- الأعداد 9 7 5 3 1 أعداد فردية.

الأنشطة

نشاط 1 : من بين الأعداد التالية حدد تلك التي تمثل أعداداً صحيحة طبيعية

$$"-1" 2,4 \frac{3}{2} "5 - 2 \sqrt{2} \sqrt{2^2} "5 "$$

$$\sqrt{2,2+13,8}$$

نشاط 2 : أعط الأعداد الزوجية المقصورة بين 41 و 61 لنرمز لمجموعة الأعداد الزوجية ب P و مجموعة الأعداد الفردية ب I أتمم باستعمال أحد الرموز \in أو \notin

- $0 \dots I$ - $0 \dots P$ - $5 \times 13 \dots P$
- $3\sqrt{7} \dots I$ - $2\sqrt{5} \dots P$ - $4 \times 17 \dots I$

الأهداف

-- تقديم المجموعة -- تقديم الأعداد الزوجية والأعداد الفردية



تقويم و ملاحظات

تمرين 2 :

- 1- ليكن n عدداً صحيحاً طبيعياً أدرس زوجية كل من $n(n+1)$ و $4n^2 + 4n + 1$ و $n + (n+1) + (n+2)$
- 2- ليكن n و m عددين صحيحين طبيعيين حيث $m > n$ بين أن $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية.

محتوى الدرس

ملاحظات

- كل عدد صحيح طبيعي هو إما عدد زوجي أو عدد فردي
- مجموع عددين زوجيين هو عدد زوجي
- مجموع عددين فردان زوجي هو عدد زوجي
- مجموع عدد زوجي و عدد فردي هو عدد فردي

تمرين 2

نشاط 4

(II) مضاعفات عدد - قواسم عدد

1- مضاعفات عدد

- أ- تعريف:** ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين حيث b غير منعدم. نقول إن العدد a مضاعف للعدد b إذا وفقط إذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث $a = bk$ حيث أمثلة

الاعداد 5 0 10 15 20 25 235 هي مضاعفات للعدد 5
22 ليس من مضاعفات العدد 4.

ملحوظة - ليكن $b \in \mathbb{N}^*$.

مضاعفات العدد b هي الأعداد kb بحيث $k \in \mathbb{N}$ - $k \times 0 = 0$

ب- خاصية

لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم ما لانهاية من المضاعفات

للعدد 0 مضاعف وحيد هو 0

ج- المضاعف المشترك الأصغر

تعريف: ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين. المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b هو أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين a و b نرمز له بالرمز $PPCM(a;b)$

الأنشطة

نشاط 3 :

- 1- ضع الرمز \times في المكان المناسب

2210	211	999	121	33	75	50	24
مضاعف 2							
مضاعف 3							
مضاعف 5							

- 2- استخرج من بين أعداد السطر

الأول المضاعفات المشتركة للعددين 2 و 3 ثم 3 و 1

نشاط 4 :

- 1- حدد المضاعفات العشرة الأولى للعدد 6 ثم للعدد 9

2- استنتج المضاعفات المشتركة من بين هذه المضاعفات

3- ماذا تلاحظ (أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين 6 و 9 هو 18 المضاعفات المشتركة للعددين 6 و 9 هي مضاعفات العدد 18).

نشاط 5 :

ليكن n عدداً صحيحاً طبيعياً فردياً

- 1- تأكد أن -1^{n^2} مضاعف للعدد 8

في الحالات التالية $n=1$ - $n=3$ - $n=7$ - $n=5$

- 2- بين أن -1^{n^2} مضاعف للعدد 8

كيفما كان n عدداً فردياً.

-- تقديم مضاعفات عدد
والمضاعف المشترك الأصغر

الأهداف



تقويم و ملاحظات

محتوى الدرس

الأنشطة

الأهداف

أمثلة : $PPCM(6;10) = 30$ و $PPCM(4;9) = 36$

نشاط 6

2- قواسم عدد

أ- تعريف ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين نقول إن العدد b قاسم للعدد a إذا وفقط إذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث $a = bk$

ملحوظة العدد b قاسم للعدد a إذا وفقط إذا كان العدد a مضاعف للعدد b .

نقول أيضاً أن العدد a قابل للقسمة على b .

- كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم مخالف لـ 1 له على الأقل قاسماً 1 و نفسه.
- للعدد 1 قاسم وحيد هو نفسه.
- جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية الغير المنعدمة هي قواسم للعدد 0.

ب- القاسم المشترك الأكبر لعددين

تعريف: ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين.

القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو أكبر قاسم مشترك لهما نرمز له بالرمز $PGCD(a;b)$

-- أمثلة : $PGCD(126;90) = 18$ و $PPCM(4;9) = 36$

نشاط 7

(III) الأعداد الأولية

1- تعريف : نسمى عدداً أولياً كل عدد صحيح طبيعي له قاسماً بالضبط هما 1 و نفسه.

-- أمثلة (حدد الأعداد الأولية الأصغر من 40)

الأعداد الأولية الأصغر من 40 هي 13 11 7 5 3 2

37 31 29 23 19 17

نشاط 6

حدد قواسم 90 ثم قواسم 126 ثم استنتج أكبر قاسم مشترك للعددين 90 و 126

نشاط 7

حدد قواسم الأعداد التالية :
7 - 5 - 6 - 4 - 11 - 35 - 40 - 4
. 2 - 25 - 23 - .

(ماذا نلاحظ بالنسبة للأعداد 2 - 5 - 7 - 11)
نلاحظ له قاسماً بالضبط هما 1 و نفسه.

-- تقديم قواسم عدد و
القاسم المشترك الأكبر
لعددين

-- التعرف على الأعداد
الأولية



تقويم و ملاحظات

محتوى الدرس

الأنشطة

الأهداف

-- التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي
عوامل أولية لعدد غير أولي

2 - التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي

أ- مبرهنة :

كل عدد صحيح طبيعي n ($n \geq 2$) هو عدد أولي أو جداء عوامل أولية.

-- أمثلة - 41 عدد أولي

- 72 عدد غير أولي إذن $72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$

ب - تعريف :

ليكن a عدداً صحيحاً طبيعياً غير أولي كتابة a على شكل جداء عوامله الأولية تسمى "التفكير إلى جداء عوامل أولية" للعدد a .

-- أمثلة فك الأعداد 24 - 319 - 1344 إلى

جداء عوامل أولية: $1344 = 4 \times 4 \times 4 \times 21 = 2^6 \times 3 \times 7$

ج - تقنية التفكيك (نقبلها)

لتفكيك عدد صحيح طبيعي غير منعدم a نأخذ اصغر عدد أولي يقسم a و نخرج القسمة فنحصل على عدد b خارج القسمة فنأخذ اصغر عدد أولي يقسم b فنحصل على خارج القسمة... و نتابع على هذا المنوال حتى نحصل على خارج يساوي 1. العدد a سيكون هو جداء جميع الأعداد الأولية التي قسمنا بها.

-- مثال: 1344

3 - خصائص :

أ - خاصية 1 : المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة و الغير المشتركة بين تفكيكي هذين العددين إلى جداء عوامل أولية . المرفوعة إلى أكبر أنس.

ب - خاصية 2 : القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة بين تفكيكي هذين العددين إلى جداء عوامل أولية . المرفوعة إلى أصغر أنس.

-- العلاقة بين التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي و المضاعف المشترك الأصغر و القاسم المشترك الأكبر لعددين



تقويم و ملاحظات

تمرين 3:
 حدد $\text{PGCD}(84;216)$ - $\text{PGCD}(35;121)$ - $\text{PPCM}(84;216)$ - $\text{PPCM}(35;121)$

محتوى الدرس

ملاحظات

- $\text{PGCD}(a;a) = 1$ - $\text{PGCD}(a;1) = 1$
- . $\text{PPCM}(a;a) = a$ - $\text{PPCM}(a;1) = a$

تمرين 3

إضافات

طريقة لتحديد المضاعف المشترك الأصغر للعددين
 $a \geq b$ حيث a وأحد مضاعفات b ثم أتأكد بالتتابع ابتداء من أصغر مضاعف غير منعدم للعدد a هل هو مضاعف للعدد b فإذا كان الجواب لا ، أتابع البحث إن كان نعم ، أتوقف و العدد الذي حصلت فيه على هذا الجواب هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b .

طريقة لتحديد القاسم المشترك الأكبر للعددين
 $a \geq b$ حيث a وأحد فواسم العدد b ثم أتأكد بالتتابع تناصصيا ابتداء من أكبر قاسم للعدد b هل هو قاسم للعدد a فإذا كان الجواب لا ، أتابع البحث إن كان نعم ، أتوقف و العدد الذي حصلت فيه على هذا الجواب هو القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

طريقة لتحديد ما إذا آن العدد a أوليا أم لا.
 نحدد أولا جميع الأعداد الأولية p بحيث $p^2 \leq a$

-- إذا كان a يقبل القسمة على أحد هذه الأعداد فإن a غير أولي.

-- إذا كان a لا يقبل القسمة على أي عدد من هذه الأعداد فإن a أولي.

الأنشطة

الأهداف

-- إضافات بعض
الطرق المستعملة