

ملخصى وقواعدي في الرياضيات لمستوى جذع مشترك علوم
من انجاز : الأستاذ نجيب عثمانى أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس المعادلات و المترجمات و المنظمات

الحالة 1: إذا كان $\Delta > 0$ و x_1 و x_2 هما جذري ثلاثية الحدود فان:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$P(x)=ax^2+bx+c$	اشارة a	0	عكس اشارة a	اشارة a

الحالة 2: إذا كان $\Delta = 0$ و x_1 هو الجذر الوحيد المزدوج فان:

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$P(x)=ax^2+bx+c$	اشارة a	0	اشارة a

الحالة 3: إذا كان $\Delta < 0$ فان إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a فان:

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)=ax^2+bx+c$	اشارة a	

V. معادلات من الدرجة الأولى بمجهولين:

مثال: حل في \mathbb{R}^2 المعادلة $2x+3y=2$

أجوبة: $2x+3y=2$ يعني $3y=-2x+2$ يعني $y=\frac{-2x+2}{3}$

يعني $y=-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$ اذن: $S=\left\{\left(x;-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}\right)/x \in \mathbb{R}\right\}$

VI. نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:

نعتبر النظمة: $(S): \begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ حيث a و b و a' و b' و c' و c

(1) طريقة التعويض: مثال: حل في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ النظمة التالية:

$$\begin{cases} 4x+y=10 \\ -5x+2y=-19 \end{cases}$$

$4x+y=10$ يعني $y=10-4x$ ونعوض y بقيمتها في المعادلة

الثانية: $-5x+2y=-19$ يعني $-5x+2(10-4x)=-19$

يعني $-5x-8x=-19-20$ يعني $-13x=-39$ يعني $x=3$

ونعوض x ب 3 في المعادلة $y=10-4x$ فنجد $y=-2$

ومنه: $S=\{(3,-2)\}$

(2) طريقة التاليفة الخطية: مثال: حل في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ النظمة التالية:

$$\begin{cases} 4x+y=10 \\ -5x+2y=-19 \end{cases}$$

فنحصل على: $-8x-2y=-20$ وجمع المعادلتين طرف لطرف

نجد: $-19-20=-5x+2y-8x-2y=-20-20$ يعني $-13x=-39$ يعني $x=3$

ونعوض x ب 3 في المعادلة $4x+y=10$ فنجد $y=-2$

ومنه: $S=\{(3,-2)\}$

(3) طريقة المحددة: تعريف و خاصية: العدد الحقيقي $ab'-a'b$ يسمى

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$$
 و نكتب: (S) محددة النظمة

• إذا كان $\Delta=0$ فان النظمة (S) قد لا يكون لها أي حل و قد يكون لها عدد لا منته من الحلول.

• إذا كان $\Delta \neq 0$ فان النظمة (S) تسمى نظمة كرامر و تقبل حلا

وحيدا هو الزوج (x, y) حيث:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{ac'-a'c}{\Delta} \text{ و } x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{cb'-c'b}{\Delta}$$

هذه الطريقة تسمى طريقة المحددة.

I. المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تعريف: ليكن a و b عددين حقيقيين. كل معادلة على الشكل $ax+b=0$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد, حيث x هو المجهول.

II. المترجمات من الدرجة الأولى بمجهول واحد (تذكير):

تعريف: ليكن a و b عددين حقيقيين كل مترجمة على الشكل $ax+b \geq 0$ أو $ax+b > 0$ أو $ax+b \leq 0$ أو $ax+b < 0$ تسمى مترجمة من الدرجة الأولى بمجهول واحد حيث x هو المجهول.

إشارة الحدانية $ax+b$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	عكس إشارة a		

III. المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

(1) تعريف: المعادلة $ax^2+bx+c=0$ حيث x هو المجهول أعداد حقيقية معلومة ($a \neq 0$) تسمى معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد.

الشكل القانوني لثلاثية الحدود ax^2+bx+c .

(2) خاصية: a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية, و a غير منعدم.

لكل x من \mathbb{R} لدينا: $ax^2+bx+c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a^2}$

حل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد:

(3) تعريف: لتكن ثلاثية الحدود $P(x) = ax^2+bx+c$.

العدد الحقيقي b^2-4ac يسمى مميز ثلاثية الحدود أو مميز المعادلة

$ax^2+bx+c=0$ و نرسم له بالرمز Δ .

ملاحظة: الرمز Δ يقرأ: دلتا Δ .

(4) خاصية: نعتبر المعادلة $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) و ليكن Δ مميزها.

✓ إذا كان $\Delta < 0$ فان المعادلة ليس لها حل في \mathbb{R} .

✓ إذا كان $\Delta = 0$ فان المعادلة تقبل حلا وحيدا هو: $-\frac{b}{2a}$

✓ إذا كان $\Delta > 0$ فان المعادلة تقبل حلين هما: $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

نرمز لمجموعة حلول المعادلة بالرمز S .

(5) مجموع و جذاء حلي معادلة من الدرجة الثانية:

خاصية: إذا كان للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) حلان x_1 و x_2

فإنهما يحققان المتساويتين $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$ و $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$.

IV. تعميل و إشارة ثلاثية الحدود ax^2+bx+c

(1) تعميل ثلاثية الحدود ax^2+bx+c

خاصية: نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c و ليكن Δ مميزها.

إذا كان $\Delta > 0$ فان المعادلة $ax^2+bx+c=0$ تقبل حلين مختلفين

x_1 و x_2 و لدينا: $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

إذا كان $\Delta = 0$ فان: $ax^2+bx+c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$

إذا كان $\Delta < 0$ فان: ax^2+bx+c لا يمكن تعميلها إلى حدوديتين من الدرجة الأولى.

(2) إشارة ثلاثية الحدود ax^2+bx+c :