Tronc commun science	Trigonométrie	prof: atmani najib

Exercice 1:

1. Sachant que $\sin(\frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

   calculer $\sin(\frac{4\pi}{5})$, $\sin(\frac{3\pi}{10})$ et $\sin(\frac{101\pi}{5})$

2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans l'intervalle $[0;2\pi]$ l'équation $\sin(x) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

   b) Résoudre dans l'intervalle $[0;2\pi]$ l'inéquation $\sin(x) < \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

   (on donne $\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4} \simeq 0,6$)

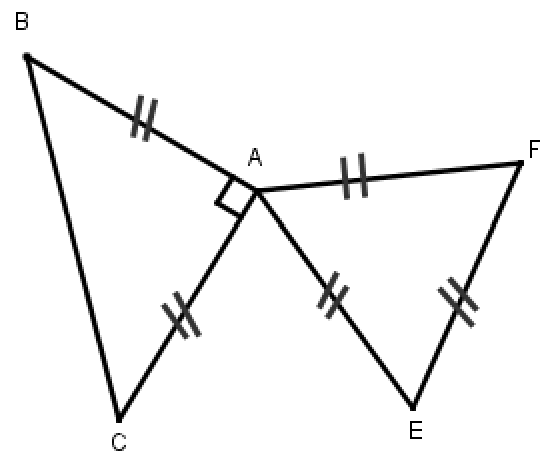
Exercice2:

On considère la figure suivante

on donne $(\overline{\overrightarrow{AC}};\overline{\overrightarrow{AE}}) \equiv \frac{2\pi}{5}[2\pi]$

Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

$(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AB})$, $(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CA})$, $(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{CB})$ et $(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{EC})$



Tronc commun science	Trigonométrie(Correction)	prof: atmani najib

Exercice 1:

1. **Énoncé :** $\sin(\frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

On a $\sin(\frac{4\pi}{5}) = \sin(\pi - \frac{4\pi}{5}) = \sin(\frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ (car $\sin(x) = \sin(\pi - x)$)

$\cos(\frac{3\pi}{10}) = \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{10}) = \sin(\frac{2\pi}{10}) = \sin(\frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ (car $\cos(x) = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$)

$\sin(\frac{101\pi}{5}) = \sin(20\pi + \frac{\pi}{5}) = \sin(2\times 10\times\pi + \frac{\pi}{5}) = \sin(\frac{\pi}{5}) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

2. a) dans $\mathbb{R}$

On a $\sin(x) = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ équivaut à $\sin(x) = \sin(\frac{\pi}{5})$

équivaut à $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + 2k\pi \\ \text{ou} \qquad (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi - \frac{\pi}{5} + 2k\pi \end{cases}$

donc l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ est $S = \left\{ \frac{\pi}{5} + 2k\pi \ ; \ \frac{4\pi}{5} + 2k\pi \ / \ k \in \mathbb{Z} \right\}$

dans l'intervalle $[0;2\pi]$

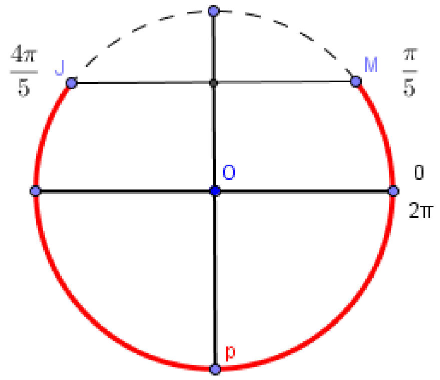
$0 \le \frac{\pi}{5} + 2k\pi \le 2\pi$	$0 \le \frac{4\pi}{5} + 2k\pi \le 2\pi$
$0 \le \frac{1}{5} + 2k \le 2$	$0 \le \frac{4}{5} + 2k \le 2$
$\frac{-1}{5} \le 2k \le 2 - \frac{1}{5}$	$\frac{-4}{5} \le 2k \le 2 - \frac{4}{5}$
$\frac{-1}{10} \le k \le \frac{9}{10}$	$\frac{-4}{10} \le k \le \frac{6}{10}$
Donc $k = 0$ d'où $x = \frac{\pi}{5}$	Donc $k = 0$ d'où $x = \frac{4\pi}{5}$

donc l'ensemble des solutions dans $[0;2\pi]$ est $S = \left\{ \frac{\pi}{5}; \frac{4\pi}{5} \right\}$

b) L'ensemble des solutions l'inéquation $\sin(x) < \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

dans l'intervalle $[0;2\pi]$

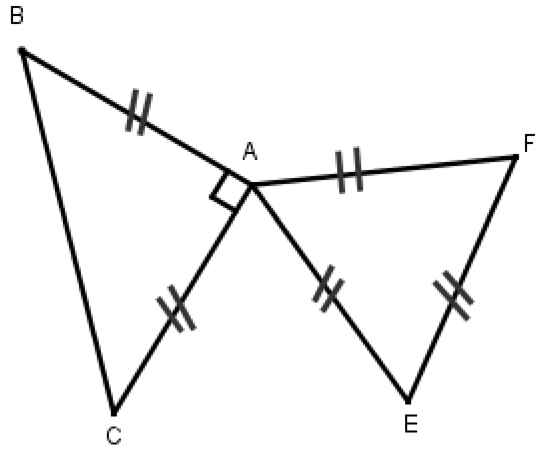
est $S = \left[0;\frac{\pi}{5}\right[\cup \left]\frac{4\pi}{5};2\pi\right]$



(on donne $\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4} \simeq 0,6$)

Exercice2:

On considère la figure suivante



on donne $(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AE}) \equiv \frac{2\pi}{5}[2\pi]$

D'après la relation de Chasles on a

$$\left(\overline{\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AB}}\right) \equiv \left(\overline{\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AE}}\right) + \left(\overline{\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AC}}\right) + \left(\overline{\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}}\right)[2\pi]$$

$$\equiv \frac{-\pi}{3} + \frac{-2\pi}{5} + \frac{-\pi}{2}[2\pi]$$

$$\equiv \frac{-37\pi}{30}[2\pi]$$

$$\equiv \frac{-37\pi}{30} + 2\pi[2\pi]$$

$$\equiv \frac{23\pi}{30}[2\pi]$$

puisque $\frac{23\pi}{30} \in]-\pi;\pi]$

donc $\frac{23\pi}{30}$ est la mesure principale de $(\overrightarrow{AF};\overrightarrow{AB})$